UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE OBRAS CIVILES

MECANICA DE FLUIDOS I

Prof. Ing. HORACIO MERY M.

SANTIAGO - CHILE
1972

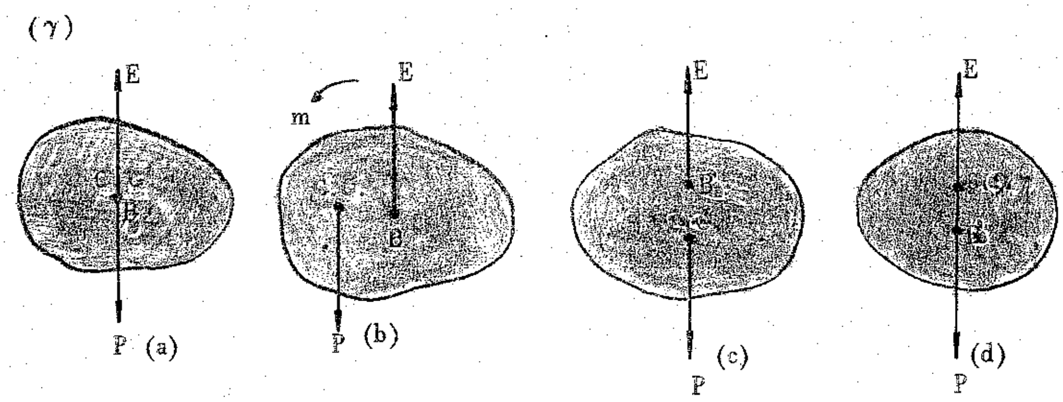

Figura 25

Si el cuerpo no es homogéneo, el (CG) y el baricentro (B) no serán en general coincidentes (caso b) y se producirá un momento de giro que acomodará el cuerpo de manera que ambas fuerzas se ubiquen en la misma vertical (posición c). En este caso el baricentro se ubicará sobre el (CG), obteniéndose una posición estable de equilibrio. También será posible obtener una posición de equilibrio inestable, artificialmente con el (CG) sobre el baricentro (B).

16. CUERPOS FLOTANTES.

El cuerpo flotante es un cuerpo que está parcialmente sumergido en un líquido. También en este caso existirá un empuje, cuyo valor queda determinado igual que en el caso anterior, pero considerando solo la parte del cuerpo sumergido en el líquido.

Para que exista equilibrio es preciso que se cumplan dos condiciones:

a.- El peso del cuerpo P, debe ser igual al empuje E.

b.- El punto de aplicación del empuje debe estar en la misma vertical que la fuerza peso.

La fuerza peso está aplicada en el (CG) del cuerpo y el empuje en el baricentro del volumen sumergido. En términos náuticos, la parte del cuerpo sumergida se llama "carena" y su baricentro "centro de carena" (C).

La condición de estabilidad ya no es tan simple como en el caso anterior y es posible demostrar que se puede conseguir estabilidad, aún cuando el (CG) esté ubicado sobre el centro de carena (C). La complejidad proviene del hecho que el centro de carena no es un punto fijo, sino que cambia de acuerdo a la forma de la carena. Una pequeña rotación del cuerpo modifica la posición de (C).

La intersección del cuerpo con el plano de la superficie libre, recibe el nombre de "flotación". Tomemos la figura 26, en la que se muestra un cuerpo flotante cualquiera (en el ejemplo se ha tomado un durmiente) y sea L.F. la línea de flotación, G es el centro de gravedad y C el centro de carena. Si se rota el cuerpo en un ángulo pequeño Δa con respecto a la horizontal, el centro de carena cambia de la posición C a la C'.

La vertical que pasa por C' coincide con la dirección del empuje del cuerpo en esta posición. Esta vertical corta a la antigua vertical que pasa por C en un punto M llamado "metacentro".

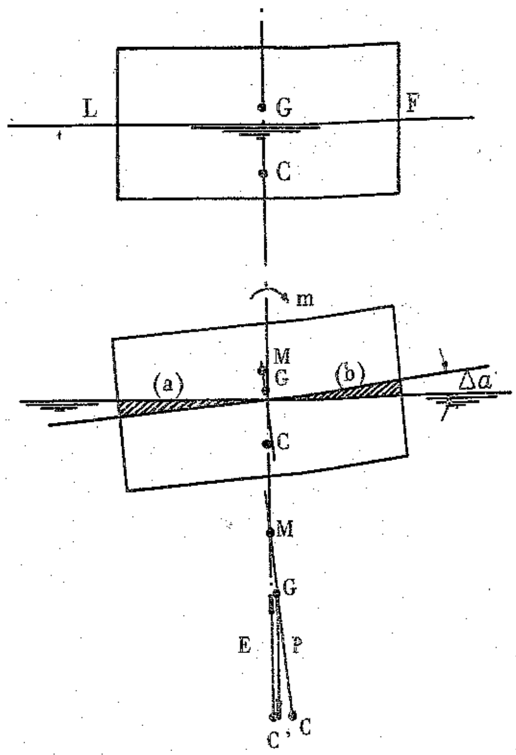

Figura 26

La ubicación relativa de los tres puntos característicos M, G y C da una pauta sencilla para analizar la estabilidad de un cuerpo flotante.

Las fuerzas actuantes son el peso P del cuerpo y el empuje E, que al girar el cuerpo en un ángulo Δa, actúa en C' o sea que pasa por el punto M. Si el punto M está ubicado sobre el centro de gravedad G, el momento de las fuerzas actuantes "m" será tal, que tenderá a volver al cuerpo a su posición primitiva, es decir, el equilibrio es estable y el momento es estabilizante. Por el contrario, si M queda ubicado entre C y G, el momento de la pareja de fuerzas E y P tenderá a girar aún más al cuerpo en el mismo sentido; es decir, el equilibrio es inestable y el cuerpo se da vuelta a otra posición.

La condición para que el equilibrio sea estable es:

$$\overline{CM} \geqslant \overline{CG} \qquad (16.1)$$

El momento estabilizante vale:

$$m = P \cdot \overline{GM} \cdot \operatorname{sen} \Delta a \qquad (16.2)$$

Al girar el cuerpo en un ángulo pequeño Δa, se sumerge una cuña del cuerpo designada por (a) en la figura 26 y emerge otra cuña (b). Los volúmenes de ambas cuñas deben ser iguales, para mantener la condición P=E.

Determinaremos ahora la altura metacéntrica CM para pequeños ángulos. Consideremos la figura 27, más ampliada que la anterior. En lugar de girar el cuerpo hemos cambiado la línea de flotación, que pasa de la posición LF a la L'F' girada en un ángulo Δa con respecto a la inicial.

El centro de carena cambia de C a C', llamaremos E' al empuje sobre el volumen achurado (Fig. 27). Como el peso del cuerpo no cambia con el giro, el empuje E debe mantenerse en ambas situaciones, razón por la cual los volúmenes de ambas cuñas deben ser iguales.

Para determinar la posición de C', llamaremos E' al empuje sobre el volumen achurado (Fig. 27), que permanece sumergido en ambos casos. Este empuje está aplicado en el baricentro C" de dicho volumen y a una distancia "c" de la vertical V'V' que pasa por el metacentro M.

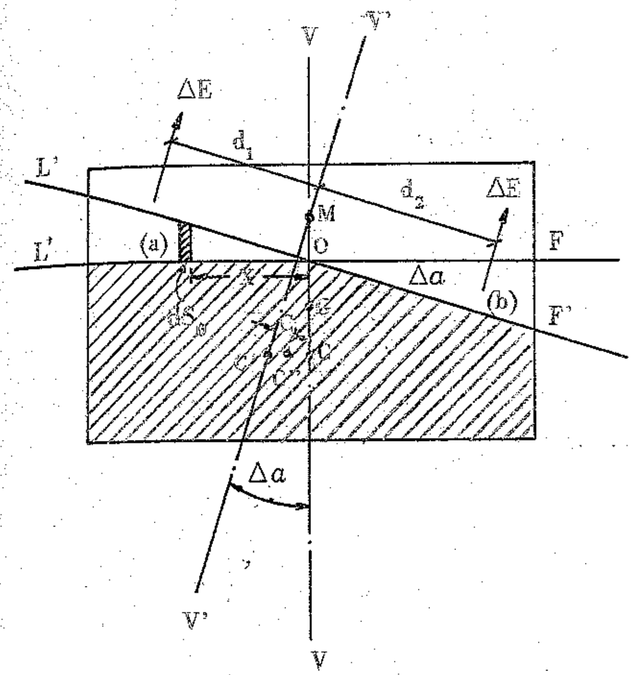

Figura 27

El empuje E del cuerpo, correspondiente a su posición primitiva, debe ser igual a la suma vectorial de E' (en C") más Δ E de la cuña (b). Tomando momentos c/r al eje V'V' se verifica:

$$E\,\overline{CM}\,\Delta a = E'c + \Delta E\, d_2 \qquad (16.3)$$

El empuje E del cuerpo, correspondiente a su posición inclinada en el ángulo muy pequeño Δa será la resultante de E' (en C") y del empuje ΔE sobre la cuña (a). Luego, tomando momentos c/r al eje V'V' se verifica:

$$E'c = \Delta E\, d_1 \qquad (16.4)$$

Reemplazando la relación (16.4) en la ecuación (16.3) y llamando

$$d = d_1 + d_2$$

se cumple:

$$\overline{CM}\,\Delta a \cdot E = \Delta E\, d \qquad (16.5)$$

El término (Δ Ed) es el momento de una pareja de fuerzas ΔE separadas por la distancia "d". Para evaluar este par tomemos el elemento achurado de la figura 27, cuya área basal es dS_0 y a una distancia x de 0. Integrando directamente, tomando momentos con respecto al eje perpendicular a V-V, que se proyecta en 0, se tiene:

$$\Delta E\, d = \int_{S_0} \gamma\, x \operatorname{tg} \Delta a\, x\, dS_0 = \gamma\, \Delta a \int_{S_0} x^2\, dS_0 \qquad (16.6)$$

S_0 = área de flotación.

La integral de la ecuación (16.6) representa el momento de inercia de la superficie de flotación S_0 con respecto a un eje normal a la figura que pasa por 0. Sea I_0 dicho momento de inercia y de acuerdo a las relaciones anteriores.

$$\Delta E\, d = \gamma\, \Delta a\, I_0$$

$$\overline{CM} = \gamma \frac{I_0}{E} \qquad (16.7)$$

Como el empuje vale $E = \gamma \, \mathcal{V}_0$, siendo $\mathcal{V}_0$ el volumen de la carena, la ecuación anterior también se puede escribir más simplemente:

$$\overline{CM} = \frac{I_0}{\mathcal{V}_0} \tag{16.8}$$

Volviendo a la condición de estabilidad, expresada por la condición (16.1) ésta se expresa finalmente por la ecuación:

$$\overline{CG} \leqslant \frac{I_0}{\mathcal{V}_0} \tag{16.9}$$

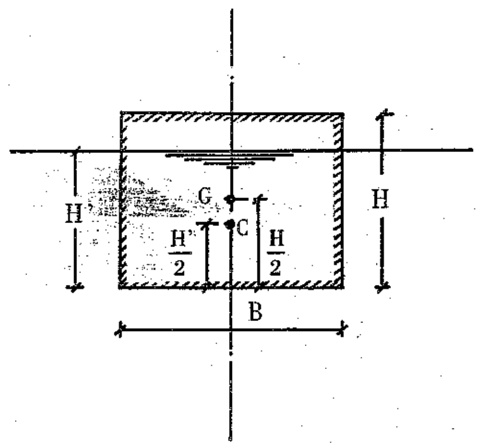

Figura Problema 12

Problema 12. Determinar la relación entre B y H (ver fig.), de un durmiente de madera, para que flote en forma estable, siendo:

γ = peso específico del líquido.

γ_m = peso específico de la madera.

Se tomará un durmiente de 1 [m] de largo.

La condición para que flote el durmiente es:

$$\gamma_m B\,H \cdot 1 = \gamma \cdot B\,H' \cdot 1 = E \tag{a}$$

$$H' = \frac{\gamma_m}{\gamma} H$$

$$\overline{CG} = \frac{1}{2}(H - H') = \frac{1}{2} H \frac{\gamma - \gamma_m}{\gamma} \tag{b}$$

$$I_0 = \frac{1}{12} B^3 \cdot 1$$

$$\mathcal{V}_0 = B \cdot H' \cdot 1$$

$$\overline{CM} = \frac{B^3 \gamma}{12\; B\; \gamma_m\; H} = \frac{\gamma}{\gamma_m} \cdot \frac{B^2}{12\; H} \tag{c}$$

Aplicando la ecuación (16.9) y utilizando las relaciones (b) y (c) se llega a:

$$B \geqslant H \sqrt{6 \frac{\gamma_m}{\gamma} \cdot \frac{\gamma - \gamma_m}{\gamma}} \tag{16.10}$$

le la carena, la ecua-

(16.8)

la condición (16.1)

(16.9)

:terminar la relación
er fig.), de un dur-
ra, para que flote en
iendo:

específico del líqui-

específico de la ma-

lurmiente de 1 [m]

ón para que flote el

(a)

(b)

(c)

(b) y (c) se llega a:

(16.10)

Si por ejemplo:

$$\frac{\gamma_m}{\gamma} = 0{,}9$$

resulta:

$$B \geqslant 0{,}733 \ H$$

Es importante recordar que este criterio se refiere a pequeños ángulos $\Delta\alpha$. Para ángulos mayores a unos 5^0, ya las relaciones anteriores dejan de tener validez.

17. EJEMPLOS DE FLUIDO EN REPOSO EN CAMPOS DE FUERZAS DISTINTOS DEL GRAVITACIONAL.

Incluiremos en este capítulo, el análisis respecto del estado de equilibrio de un fluído, en un campo de fuerzas distinto del gravitacional. Los casos que analizaremos son una combinación del campo gravitacional con otras fuerzas másicas, como son: fluído dentro de un móvil acelerado y fluído en rotación.

El análisis se hace utilizando las relaciones estudiadas en el párrafo 9.

17.1 Fluído en reposo dentro de un móvil uniforme acelerado.

Consideremos un tanque que contiene un líquido de peso específico γ homogéneo, que se desplaza horizontalmente en la dirección x con una aceleración constante a_x (ver Fig.28).

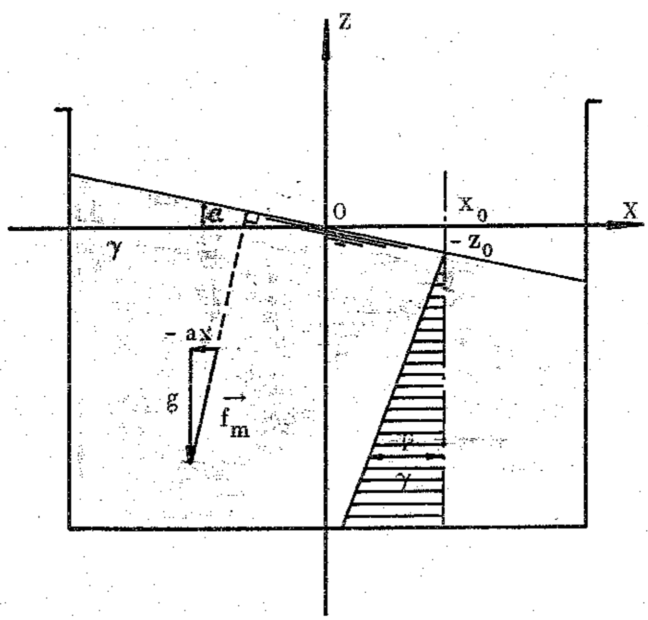

Figura 28

Un volumen elemental $d\forall$ del líquido (de masa elemental $dm = \rho \, d\forall$), queda sometido a dos fuerzas:

a) Una vertical descendente, igual al peso de la partícula o fuerza de atracción terrestre:

$$-\rho \, g \, d\forall \, \hat{k}$$

b) Otra horizontal, llamada también fuerza de inercia:

$$-\rho \, d\forall \, a_x \, \hat{i}$$

Luego la intensidad de campo será uniforme y valdrá:

$$\vec{f}_m = -a_x \, \hat{i} - g \, \hat{k}$$