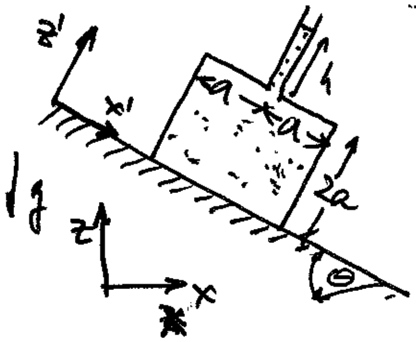
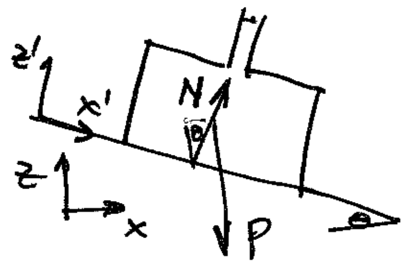


Problema

Determinar la distribución de presiones en el fluido contenido en el recipiente que desliza sin roce por un plano inclinado un ángulo θ respecto a la horizontal.

Sol.



Equilibrio dinámico del cuerpo:

sistema x'z':

Según x': $\Sigma F_{x'} = m\ddot{x}'$

$$P \operatorname{sen}\theta = m a_{x'}$$

$$m g \operatorname{sen}\theta = m a_{x'} \Rightarrow a_{x'} = g \operatorname{sen}\theta$$

Según z': $\Sigma F_{z'} = m\ddot{z}'$

El móvil no está acelerado, ∴ $\ddot{z}' = 0$

$$N - P\cos\theta = 0$$

$$N = m g \cos\theta$$

Sistema xz:

Según x: $\Sigma F_x = m\ddot{x}$

$$N \operatorname{sen}\theta = m a_x$$

$$m g \cos\theta \operatorname{sen}\theta = m a_x \Rightarrow a_x = g\cos\theta \operatorname{sen}\theta$$

Según z: $\Sigma F_z = m\ddot{z}$

$$N\cos\theta - P = m\ddot{z}$$

$$m g \cos^2\theta - m g = m\ddot{z}$$

$$g(\cos^2\theta - 1) = a_z \Rightarrow a_z = -\operatorname{sen}^2\theta\, g$$

DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES.

Consideremos un sistema xz solidario al móvil. En este sistema el campo de fuerzas másicas está dado por:

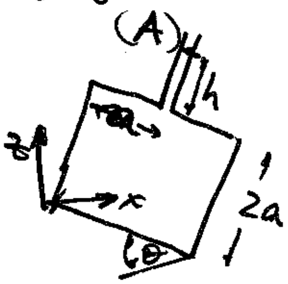
$$\vec{f}_m = \rho\left(-a_x, -(a_z+g)\right)$$

De donde resulta $p = -\rho a_x x - \rho(a_z+g)z + \text{cte}$

$$p = -\rho g \cos\theta \,\mathrm{sen}\,\theta\, x - \rho(g - \mathrm{sen}^2\theta\, g) z + cte$$

$$p = -\rho g \cos\theta\, \mathrm{sen}\,\theta\, x - \rho g \cos^2\theta\, z + cte$$

Para un sistema xz ubicado como se muestra en la figura:



Coordenadas del punto A:

$$z_A = (2a+h)\cos\theta - a\,\mathrm{sen}\,\theta$$

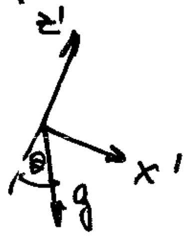
$$x_A = a\cos\theta + (2a+h)\,\mathrm{sen}\,\theta$$

C.B. en $x = x_A$, $z = z_A$, $p = p_{atm} = 0$ (presión relativa)

$$0 = -\rho g \cos\theta\,\mathrm{sen}\,\theta\, x_A - \rho g \cos^2\theta\, z_A + cte$$

$$\underline{p = -\rho g \cos\theta\,\mathrm{sen}\,\theta\,(x - x_A) - \rho g \cos^2\theta\,(z - z_A)}$$

Si consideramos un sistema $x'z'$ solidario al móvil, el campo de fuerzas másicas está dado por:



$$\vec{f}_m = \rho(-a_{x'} + g_{x'}, -a_{z'} + g_{z'})$$

$$g_{x'} = g\,\mathrm{sen}\,\theta \quad , \quad g_{z'} = -g\cos\theta$$

$$\therefore \vec{f}_m = \rho(-a_{x'} + g\,\mathrm{sen}\,\theta, -a_{z'} - g\cos\theta)$$

Luego, la distribución de presiones está dada por:

$$p = \rho(-a_{x'} + g\,\mathrm{sen}\,\theta)x' + \rho(-a_{z'} - g\cos\theta)z' + cte$$

$$\therefore p = \rho(-g\,\mathrm{sen}\,\theta + g\,\mathrm{sen}\,\theta)x' + \rho(0 - g\cos\theta)z' + cte$$

$$p = -\rho g \cos\theta\, z' + cte.$$

C.B.: $x' = a$, $z' = 2a+h$, $p = p_{atm} = 0$

$$0 = -\rho g \cos\theta(2a+h) + cte$$

$$\underline{p = -\rho g \cos\theta(z' - 2a - h)}$$