TEOREMA DEL TRANSPORTE DE REYNOLDS

Sistema y Volumen de Control

- **Sistema:** conjunto de partículas de fluido que se desplaza, cambia de forma, cambia sus propiedades, pero contiene siempre las mismas partículas, es decir, la misma cantidad de materia.

- **Volumen de Control:** volumen fijo en el espacio, limitado por una superficie cerrada única e invariable (**superficie de control**). Un volumen de control dentro de un flujo es ocupado por partículas que entran y salen a través de la superficie de control.

Sean:

N una propiedad extensiva

η la propiedad intensiva (o específica)

$$N = \int_{\text{masa}} \eta \, dm = \int_{\text{volumen}} \eta\rho \, dV$$

Busquemos una expresión para $\dfrac{dN}{dt}$

Podemos distinguir tres volúmenes bien definidos:

- I — Pertenece al volumen de control, pero no contiene partículas del sistema en el instante t + Δt.
- II — Pertenece al volumen de control y contiene partículas del sistema en los instantes t y t + Δt.
- III — Volumen opupado por las partículas del sistema que en el tiempo t + Δt han salido del volumen de control

Determinemos la tasa de cambio de N : $\dfrac{dN}{dt}$

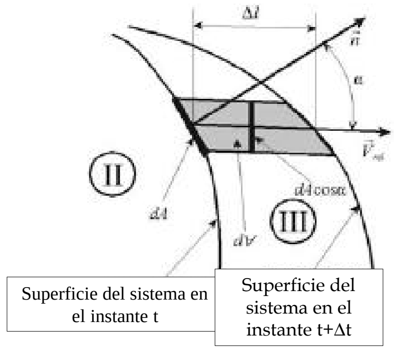
$$N_{SIST_{t+\Delta t}} - N_{SIST_t} = \Big(\int_{II}\eta\cdot\rho\cdot dV + \int_{III}\eta\cdot\rho\cdot dV\Big)_{t+\Delta t} - \Big(\int_{II}\eta\cdot\rho\cdot dV\Big)_t$$

$$\frac{N_{SIST_{t+\Delta t}} - N_{SIST_t}}{\Delta t} = \frac{\Big(\int_{II}\eta\cdot\rho\cdot dV + \int_{I}\eta\cdot\rho\cdot dV\Big)_{t+\Delta t} - \Big(\int_{II}\eta\cdot\rho\cdot dV\Big)_t}{\Delta t} + \frac{\Big(\int_{III}\eta\cdot\rho\cdot dV\Big)_{t+\Delta t}}{\Delta t} - \frac{\Big(\int_{I}\eta\cdot\rho\cdot dV\Big)_{t+\Delta t}}{\Delta t}$$

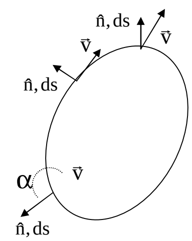
$$\frac{dN}{dt} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Big(\int_{II}\eta\cdot\rho\cdot dV + \int_{I}\eta\cdot\rho\cdot dV\Big)_{t+\Delta t} - \Big(\int_{II}\eta\cdot\rho\cdot dV\Big)_t}{\Delta t} + \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Big(\int_{III}\eta\cdot\rho\cdot dV\Big)_{t+\Delta t}}{\Delta t} - \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Big(\int_{I}\eta\cdot\rho\cdot dV\Big)_{t+\Delta t}}{\Delta t}$$

$$\int \eta\cdot\rho\cdot v\cdot\cos\alpha\cdot ds \quad - \int \eta\cdot\rho\cdot v\cdot\cos\alpha\cdot ds$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{V.C.}\eta\cdot\rho\cdot dV \qquad\qquad \int_{S.C.}\eta\cdot\rho\cdot\vec{v}\cdot\hat{n}\cdot ds$$



$$\int \eta \cdot \rho \cdot v \cdot \cos\alpha \cdot ds$$



$$-\int \eta \cdot \rho \cdot v \cdot \cos\alpha \cdot ds$$

TEOREMA DEL TRANSPORTE DE REYNOLDS:

$$\boxed{\frac{dN}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{V.C.} \eta \rho \, dV + \int_{S.C.} \eta \rho \vec{v} \cdot \hat{n} \, dS}$$

ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

Apliquemos el Teorema del Transporte de Reynolds al caso en la propiedad extensiva N corresponde a la masa, m. En este caso η = 1, por lo que:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{V.C.} \rho dV + \int_{S.C.} \rho \vec{v} \cdot \hat{n} dS$$

Pero en mecánica clásica la materia no se crea ni se destruye, sólo se transforma, por lo que la variación total de m en un sistema cerrado debe ser nula, resultando:

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t}\int_{V.C.} \rho dV + \int_{S.C.} \rho \vec{v} \cdot \hat{n} dS = 0}$$

ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

ECUACIÓN DE CONTINUIDAD

- Formas de la ecuación de continuidad:
- Se define caudal Q:

$$Q \equiv \int_{S} \rho \vec{v} \cdot \hat{n} dS$$

- Ecuación de Continuidad enfoque integral
- Ecuación de Continuidad enfoque diferencial