Métodos Lógicos para Ciencia de la Computación - CC51N
Tarea 2

1. Demuestre que el problema de satisfacibilidad *finita* es indecidible. Este es el problema de verificar, dada una oración ϕ de la lógica de primer orden, si existe una estructura *finita* $\mathcal{A}$ tal que $\mathcal{A} \models \phi$.

2. Demuestre que la relación de adición, $\{(m, n, p) \in \mathbb{N}^3 \mid p = m + n\}$, no es definible en la lógica de primer orden sobre la estructura $(\mathbb{N}, \times)$, donde $\times$ es la relación $\{(m, n, p) \in \mathbb{N}^3 \mid p = m \cdot n\}$.

3. Demuestre que las estructuras $(\mathbb{Q}, <^{\mathbb{Q}})$ y $(\mathbb{R}, <^{\mathbb{R}})$ son *elementalmente equivalentes*, es decir, que no hay oración ϕ de la lógica de primer orden sobre vocabulario $\{<\}$ tal que

$$(\mathbb{Q}, <^{\mathbb{Q}}) \models \phi \quad \text{y} \quad (\mathbb{R}, <^{\mathbb{R}}) \not\models \phi.$$

4. Sea $\mathcal{A}_L$ la estructura $(\mathbb{N}, 0, succ, <)$, donde *succ* es la relación binaria $\{(i, i+1) \mid i \in \mathbb{N}\}$. Demuestre usando técnicas de eliminación de cuantificadores que la teoría de primer orden de $\mathcal{A}_L$ es decidible.