

Métodos Lógicos para Ciencia de la Computación - CC51N
Tarea 1

1. Defina la clase de complejidad PSPACE. Luego defina la clase QBF de las *quantified Boolean formulas* (fórmulas Booleanas cuantificadas) y el problema de satisfacibilidad asociado a ellas. Por último, demuestre que el problema de satisfacibilidad para QBF es PSPACE-completo.
2. Defina k -CNF como el conjunto de las oraciones de la lógica proposicional de la forma:

$$\bigwedge_{1 \leq i \leq n} (\ell_i^1 \vee \ell_i^2 \vee \dots \vee \ell_i^k),$$

donde cada ℓ_i^j ($1 \leq i \leq n$ y $1 \leq j \leq k$) es una variable proposicional o su negación.

Se sabe que el problema de satisfacibilidad para 3-CNF es NP-completo. Demuestre que, por otro lado, el problema de satisfacibilidad para 2-CNF puede ser resuelto en tiempo polinomial.

3. Asuma que $\alpha \rightarrow \beta$ es una tautología, i.e. es el caso que $\models \alpha \rightarrow \beta$. Demuestre que existe θ tal que $\models \alpha \rightarrow \theta$, $\models \theta \rightarrow \beta$, y θ solo menciona variables proposicionales que aparecen tanto en α como en β . Tal oración θ se llama un *interpolante* de $\alpha \rightarrow \beta$.
4. Demuestre que existe un algoritmo polinomial que dada una oración cualquiera ϕ de la lógica proposicional construye una fórmula C_ϕ en CNF, tal que ϕ es satisfacible si y solo si C_ϕ es satisfacible.