Algoritmos Aleatorios

Algoritmos Deterministicos	Non Clasicos (Probabilisticos)
Siempre hace lo mismo	aleatorio
Nunca se equivoca ("correcto")	Probabilisticos de Monte Carlo
Siempre terminan	Probabilisticos de Las Vegas

→ = si relaja

+ Link fuerte con complejidad en promedio
+ Algoritmos Aleatorios son "más fuerte" que deterministicos

Classificación para algoritmos de decisión

① MonteCarlo

$\forall$ P([redacted]) $< \varepsilon \left(< \frac{1}{2}\right)$

	"Two-sided" error	"One Sided" error
P([redacted])	$< \varepsilon/2$	$< \varepsilon$
P(reject | negativo)	$> 1-\varepsilon/2$	$> 1-\varepsilon$
P([redacted])	$< \varepsilon/2$	$= 0$
P(accept | positivo)	$> 1-\frac{\varepsilon}{2}$	$= 1$

Ejemplo: Clique

Nota

$\left.\begin{array}{l}\text{One Sided Error Algo para } P_b \\ + \text{ " " " " para } P_b^c\end{array}\right\} =$

2 Las Vegas "A veces no termina"

- ~~Probalidad~~ de ~~terminar~~
- Tiempo de ejecucion es una variable aleatoria

Ejemplos

- determinar primalidad (Miller Robin)

(deterministica = Eratostene $\in O(n^2)$)

- busqueda en arreglo desordenado (eso siempre termina)

II Complejidad de algoritmos Aleatorios

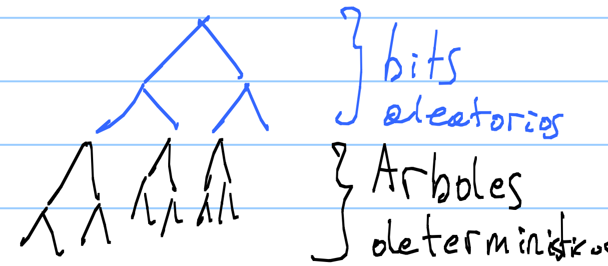
① Algoritmos con comparaciones

Arboles de Decisiones (= Alg Det con Comparaciones)

=> Arbol con nodos Aleatorios

|| para el arbol
|| de ejecucion

=> Distribucion de Arboles



Nota: las probabilidades no tienen de ser equiprobables

2 Complejidad en una instancia I

el ~~promedio de los peores casos ?~~

el promedio de las performancias de los algos dets.

$R=(A_r)_r$ $\quad \text{Complejidad Probabilística}(R,I) = E_r\left(\text{Complejidad Deterministica de } A_r \text{ en } I\right)$

3 Complejidad probabilística en el peor caso ?

$R=(A_r)_r$ $\quad C(R) = \max_I C(R,I)$

$$= \max_I E_r\big(C(A_r, I)\big)$$

4 Cotas Inferiores

1 Technicas (Deterministicas vs Probabilistica)

- Adversario = difficil, mas para ONLINE
- Teoria de Codigo, tambien valida Sufficiente en muchos casos
- Arbol de decision " " aveces neccessaria

⟹ en general, reducccion a cotas inferiores sobre los algos deterministicos

Utilizando Teoria de Juegos

2 Von Neuman's Minimax Theorem

Def

- a = algo determinístico	α = algo aleatorio
- b = adversario det = instancia	β = distrib de instancias

- una función de costo $a^t M b$

$\Rightarrow \alpha^t M \beta$ el costo promedio

$\sup_b \alpha M_b{}^t$

Resultado $$\max_{\beta} \min_{i} a_i^t M \beta = \min_{\alpha} \max_{j} \alpha^T M b_j$$

3. **Lemme de Loomis**

$$\max_{\beta} \alpha^T M \beta = \max_{j} \alpha^T M b_j$$

4. **Principe de Yao**

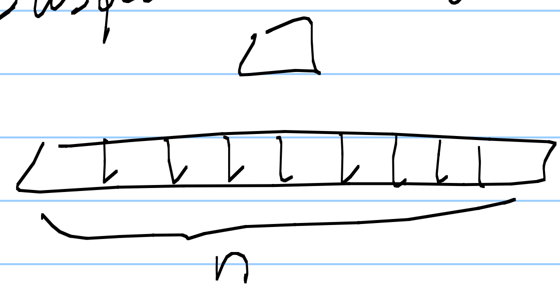
La complejidad probabilística$^{\alpha}$ en el peor caso^{b} de P_b

$\geq$

La complejidad determinística$^{\alpha}$ en promedio sobre la peor distribución β

4 Ejemplo

ⓐ busqueda en arreglo ordenado

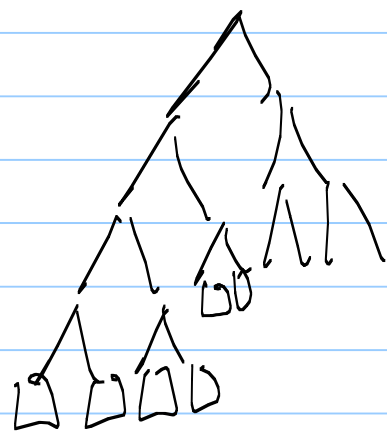


Peor Caso b de un algoritmo Aleatorio α?

Ya conocemos el peor caso b de un algoritmo det a

$\Rightarrow \Omega(\lg n)$

Peor distribución β para un algoritmo det a



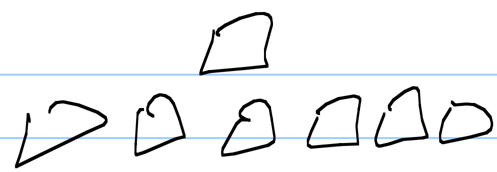
$\Omega(\lg n)$

$\Rightarrow$ Peor Caso b de un algoritmo Aleatorio α.

$\Omega(\lg n)$

$\Rightarrow$ Busqueda Binaria optimal contra algos Aleatorios

b) Busqueda NonOrdenada



$r = 1$ TAREA

$r \notin [n]$ TAREA