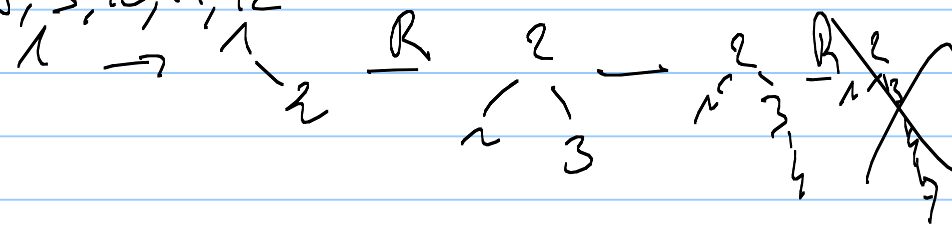
Diccionario (dinamicos) aprovechando frecuencias

Note Title 10/8/2009

① Ejemplo Practico

Insertar 1, 2, 3, 4, 7, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 8, 9, 10, 11, 12

↳ AVL



Buscar 1, 1, 1, 2, 2, 1, 3, 1, 2, 4, 5, 1, 2, 3

② "List" Accessing

* MTF = Move To Front
* TRANS = Transpose, SWAP
* FC = Lista ordenada por Frecuencias
* Splay trees = arbol de Busqueda (+ variantes)

③ Algoritmos "En Linea"

- algoritmo de optimisacion
- complejidad en el peor caso?
  - Secuencia de n consultas "Buscar" sobre σ
  - Pedir el ultimo de la lista (MTF, TRANS, FC)

    $MTF(I) \in \Theta(n\sigma)$

  $\Rightarrow$ Peor caso no es util
- complejidad en promedio
  - hipotesis: - consultas independientes
    - probabilidades $p_1 \geq \dots \geq p_\sigma$

$$FC(I) = \sum_{i=1}^{\sigma} p_i * i * n \qquad \text{si } n \gg \sigma$$

es optimal con estas hipotesis

4 Competitive Analysis

* Comparar con el mejor algoritmo "Offline" (hay muchas otras posibilidades)

- Un algoritmo ALG es c-competitivo si
$\exists \alpha \ \forall I \quad ALG(I) \leq c\, OPT(I) + \alpha$
- Un algoritmo es strictamente c-competitivo si
$\forall I \quad ALG(I) \leq c\, OPT(I)$
- El competive ratio es
$$\lim_{n \to \infty} \max_{|I|=n} \frac{ALG(I)}{OPT(I)}$$

5 Competitive Analysis de MTF

OPT = opt offline static $\Rightarrow$ arreglo ordenado por probabilidades

$x_1 - - - - - x_\sigma$

$p_1 \geq - - - \geq p_\sigma$

Resultado $E\left(\frac{MTF(I)}{n}\right) \leq^? E\left(\frac{OPT(I)}{n}\right) - 1$

$$E\left[\frac{OPT(I)}{n}\right] = \sum_{j=1}^{\sigma} j p_j$$

$$E\left(\underset{n}{\underline{MTF}}(F)\right) = \sum_{j=1}^{\sigma} p_j * \text{Costo de buscar } x_j$$

$$= \sum_{j=1}^{\sigma} p_j \left(1 + \text{nb de llaves antes que } x_j\right)$$

$$Pr[x_i \text{ antes que } x_j] = Pr[x_i \text{ ha sido consultado antes que } x_j]$$

Considera el ultimo accesso a x_i
y x_j

Cual es la probabilidad que estaba x_i?

$$Pr[x_i \text{ antes } x_j] = \frac{Pr[x_i \text{ elegido}]}{Pr[x_i \text{ o } x_j \text{ elegido}]} = \frac{p_i}{p_i + p_j}$$

$$E(\text{nb de llaves antes que } x_j) = \sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n} \Pr(x_i \text{ antes que } x_j) = \sum_{i\neq j} \frac{p_i}{p_i+p_j}$$

$$E\left(\frac{MTF(I)}{n}\right) = \sum_{j=1} p_j \left(1 + \sum_{i\neq j} \frac{p_i}{p_i+p_j}\right)$$

$$= \sum_{j=1}^{n} p_j + \sum_{j=1}^{n} \sum_{i\neq j} \frac{p_j\, p_i}{p_i+p_j}$$

$$= 1 + 2 \sum_{j=1}^{n} \sum_{i<j} \frac{p_i\, p_j}{p_i+p_j}$$

$$\frac{p_i}{p_i+p_j} \leq 1$$

$$\leq 1 + 2 \sum_{j=1}^{n} p_j \underbrace{\sum_{i<j} 1}_{j-1}$$

$$\leq 1 + 2 \sum_{j=1}^{\sigma} p_j (j-1)$$

$$= 1 + 2 \boxed{\sum_{j=1} j p_j} - 2 \sum_{j=1}^{\sigma} p_j$$

$$= 1 + 2 E\left(\frac{OPT(I)}{n}\right) - 2$$

$$\boxed{E\left(\frac{MTF(I)}{n}\right) \leq 2 E\left(\frac{OPT(I)}{n}\right) - 1}$$

QED

6 Otros Resultados

- TRANS no tiene ratio finito
- MTF tiene buenos Resultados
  incluido
  - con OPT non statico
  - con dependencias
- Splay trees