

Programacion Dinamica

Definición

Problemas de optimización

que se puede dividir en subproblemas **independientes** de tal manera que la solución optima al problema se puede deducir de las soluciones optima a los subproblemas.

Exemplos

① Subsequencia comum mais longa

T_1 A C G T C G A T C A C T G A G T C A $|T_1| = n$
 T_2 C G C G A C C T T C A G A G C T G A G C A T $|T_2| = m$

T_1 A C G T C G A T C A C T G A G T C A $|T_1| = n$
 T_2 C G C G A C C T T C A G A G C T G A G C A T $|T_2| = m$
 (2) C G C G A C T T C A T C A G A G C T G A G C A T

$T[i, j]$ = tamaño de la secuencia común mas larga entre $T_1[1, \dots, i]$ y $T_2[1, \dots, j]$

Caso Inicial

$$M[i, 1] = 1 \text{ si } T_1[1] = T_2[1], \text{ o sino}$$

Recurrencia

$$M[i, j] = 1 + M[i-1, j-1] \quad \text{si } T_1[i] = T_2[j]$$

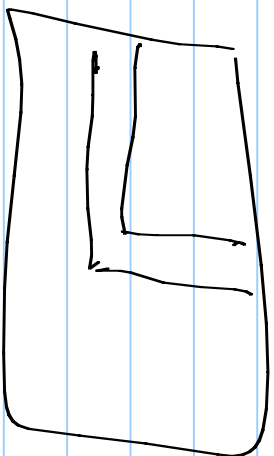
$$\left(\text{Max} \right) M[i-1, j]; \quad M[i, j-1] \}$$

$\Rightarrow$ Complejidad $O(nm)$



* Implementación: Un arreglo

- Solución ingenue $\mathcal{O}(nm)$



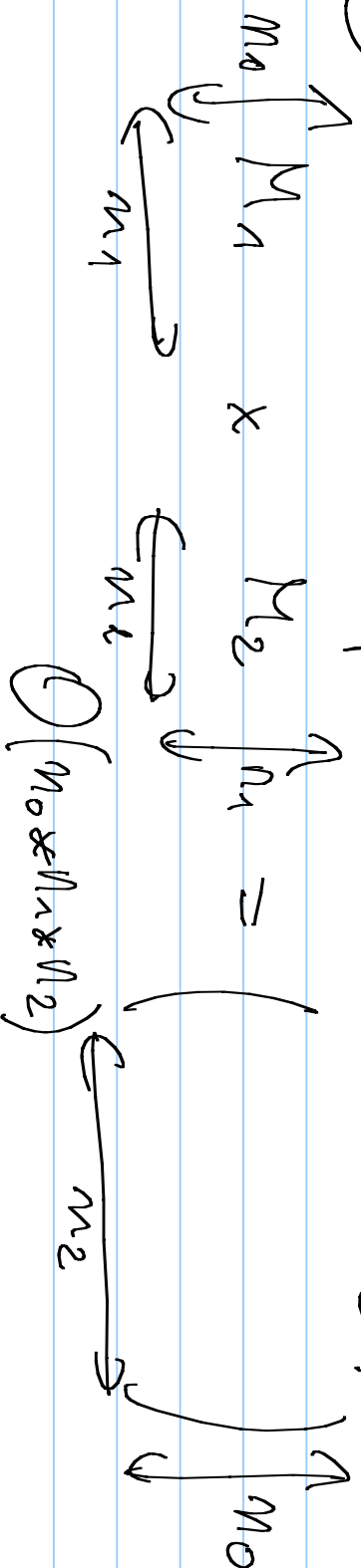
$\mathcal{O}(n+m)$

2 Multiplicación de cadenas de Matrices

Dadas k matrices $M_1, \dots, M_k$
de tamaño $n_0 \times n_1, n_1 \times n_2, \dots, n_{k-1} \times n_k$
Como calcular $M_1 \times \dots \times M_k$

Minimizar la cantidad de operaciones?

a) Cuales el precio de $M_1 \times M_2$?



⑥ Precio (optimal) de calcular $M_1 \times M_2 \times M_3$
* $(M_1 \times M_2) \times M_3$
* $M_1 \times (M_2 \times M_3)$ } *Josee*

③ Recurrencia

Sea $C[i, j] \triangleq$ el costo optimal para calcular

$$n_i \times \dots \times n_j$$

Caso Inicio $C[i, i+1] = n_{i-1} \times n_i \times n_{i+1}$

Inducción

$$C[i, j] = \min_{k \in \{i+1, \dots, j\}} \left(C[i, k-1] + C[k, j] + n_{i-1} \times n_{k-1} \times n_j \right)$$

Complejidad

Espacio $O(k^2)$

Tiempo $O(k^3)$

Se puede mejorar el espacio?

$\Rightarrow$ Tarea $+$)

③ Cambios de Hoja de

Dado S y un conjunto C de valores,
calcular el cambio de S utilizando
valores de C , *minimizando la cantidad*
de piezas.
 $\Rightarrow$ TAREA

⑤ Algoritmos de búsqueda optimos

Cuál es el árbol de búsqueda optimo para un conjunto α de nodos de elementos, donde hay precio C_i para acceder a X_i .

⇒ Tareas para Viernes.

