CC3102-1: Auxiliar semana n°6

Profesor: Gonzalo Navarro B.
Auxiliares: Esteban Allende, Raimundo Briceño

02 de septiembre, 2009

Pregunta 1

1. Muestre que el lenguaje de las cadenas sobre el alfabeto:

$$\left\{\begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}\right\}$$

   que representan adiciones correctas sobre las expansiones binarias de enteros es regular. Por ejemplo, la relación:

$$\begin{array}{r} 0\,1\,1\,0 \\ +\,0\,1\,0\,1 \\ \hline 1\,0\,1\,1 \end{array}$$

   implica que el string:

$$\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$$

   está en el lenguaje.

2. *Propuesto:* muestre que el lenguaje análogo con $\times$ en lugar de $+$ no es regular. Para esto considere cadenas de la forma:

$$\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}^N\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}^N$$

Pregunta 2

1. ¿Es $L_1 = \bigcup_{k=1}^{\infty}\left\{1^k\omega : \omega \textit{ contiene a lo más } k\ 1's\right\}$ regular?

2. ¿Es $L_2 = \bigcup_{k=1}^{\infty}\left\{1^k\omega : \omega \textit{ contiene al menos } k\ 1's\right\}$ regular?

Pregunta 3 (Transductores finitos)

- *Definición n°1*: un transductor finito es una 6-tupla $(\Sigma, Q, \Gamma, \delta, \lambda, s)$ donde Σ, Q, δ y s son como en un AFD, Γ es un alfabeto de salida y $\lambda : Q \times \Sigma \longrightarrow \Gamma^\star$. A un transductor finito $T = (\Sigma, Q, \Gamma, \delta, \lambda, s)$ le podemos asociar $f_T : \Sigma^\star \longrightarrow \Gamma^\star$, tal que si $\omega \in \Sigma^\star$, $q_0 = s$ y $q_i = \delta\left(q_{i-1}, \omega_i\right)$, $i = 1, \ldots, |\omega|$, entonces:
$$f_T\left(\omega\right) = \gamma_1 \cdot \ldots \cdot \gamma_{|\omega|}$$
con $\gamma_i = \lambda\left(q_{i-1}, \omega_i\right)$.

- *Definición n°2*: decimos que $L_1 \leq_{TF} L_2$ si existe T transductor finito, con $f_T : \sum_{L_1}^\star \longrightarrow \sum_{L_2}^\star$, tal que:
$$\omega \in L_1 \Longleftrightarrow f_T\left(\omega\right) \in L_2$$

1. Demuestre que si L_2 es regular y $L_1 \leq_{TF} L_2$, entonces L_1 es regular.

2. *Propuesto:* demuestre que el lenguaje de salida de un transductor finito $S = f_T\left(\Sigma^\star\right) \subseteq \Gamma^\star$ es regular.