CC3001: Algoritmos y Estructuras de Datos
Auxiliar 3: Recurrencias

Prof. N. Baloian, B. Bustos, J. Pino
Aux: J. Saavedra

Agosto, 2009

1. Recurrencuas Telescópicas

$$\begin{aligned} X_{n+1} &= a_n + X_n \\ X_{n+1} &= X_0 + a_0 + ... + a_n \\ X_{n+1} &= X_0 + \sum_{i=0}^{n} a_i \end{aligned}$$

   Ejercicios:Resolver las siguientes recurrencias:

   - $X_{n+1} = X_n + log_2(n+1)$ $(X_0 = 0)$.
   - $T_n = 2T_{n-1} + 1$ $(T_0 = 0)$ (sug. Utilice cambio de variable).

2. Polinomio característico: Sea la ecuación de la forma:

$$a_k T_{n+k} + a_{k-1} T_{n+(k-1)} + \cdots + a_0 T_n = 0$$

   reemplazamos $T_n = \lambda^n$ y tenemos:

$$\lambda^n (a_k \lambda^k + a_{k-1} \lambda^{k-1} + a_0 \lambda^0) = 0$$

   Puesto que λ^n no puede ser 0, entonces resolvemos:

$$a_k \lambda^k + a_{k-1} \lambda^{k-1} + a_0 \lambda^0 = 0$$

   Así, tenemos k raíces: $\lambda_1, \ldots, \lambda_k$.
   solución General: $T_n = c_1 \lambda_1^n + c_2 \lambda_2^n + \cdots + c_k \lambda_k^n$.

   Ejercicios: Resolver las siguientes recurrencias:

   - $T_n = 5T_{n-1} - 4T_{n-2}$ $(T_1 = 3,\ T_2 = 15)$
   - $X_{n+1} = \sqrt{X_n X_{n-1}}$ $(X_0 = 1,\ X_1 = 2)$

3. Ejercicios

   - $T_n = 2T\left(\frac{n}{4}\right) + \sqrt{n}$.
   - $T_n = T(\sqrt{n}) + 1$.