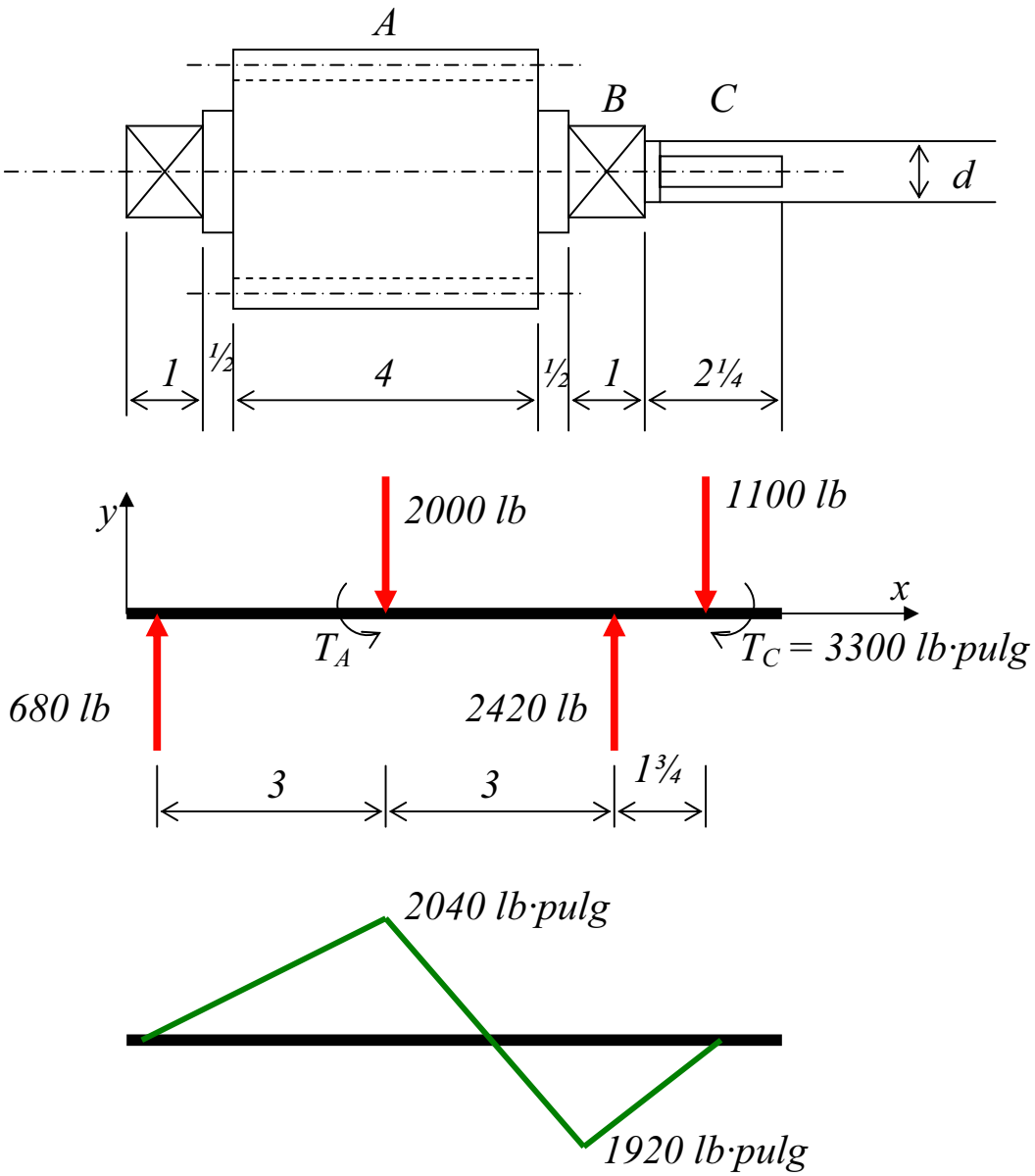
Solución:

Las reacciones y el diagrama de momentos del sistema quedan graficados de la siguiente forma:



a) Cálculo de las Reacciones:

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$\sum \vec{\tau} = 0$$

⇨ $2000 + 1100\ [lbf] = R_1 + R_2$
⇨ $(2000 * 3 - R_2 * 6 + 1100 * 7.75)\ [lbf * pulg] = 0$

Despejando, se obtiene que: **$R_1 = 680\ [lbf]$, $R_2 = 2420\ [lbf]$**

Con estos datos es posible cuantificar los datos del diagrama de momentos, como se muestra en la figura anterior. De aquí se deduce que el momento flector máximo es, en módulo, **$M_{max} = 2040\ [lbf * pulg]$**

b) Diseño de la pieza

Para ejemplificar utilizaremos un acero SAE 1018, con $S_{ut} = 49.5$ [kpsi]. Se tiene que $S'_e = 0.5 * S_{ut}$ y por lo tanto procederemos a calcular los k_i en función del valor de S_{ut}.

Pero primero, calcularemos el diámetro mínimo de la pieza sin considerar fatiga.

De la fórmula de Carga Estática, se deduce que

$$d_{min} = [(32\ n / \pi\ S_y) * (M^2 + T^2)^{1/2}\ ]^{1/3}$$

Considerando $S_y = 32$ [kpsi], entonces se tiene que, sin considerar fatiga, y suponiendo un factor de diseño n=2,

Sin considerar fatiga: **$d_{min} = 1.\ 35173\ [in]$**

Ahora debemos considerar fatiga, por lo tanto procede calcular los diversos k_i.

k_a: Factor de Terminación Superficial

Según Shigley, este factor se calcula como

$k_a = a\ S_{ut}^{\ b}\ LN(1,C)$, donde a, b, C dependen del tipo de terminación. Además, estos valores dependen del sistema de unidades, POR LO TANTO ESTOS VALORES NO SON VALIDOS PARA EL SISTEMA SI. Para este caso, por ser maquinado, estos valores son a=2.67 , b=0.265, C=0.058. En general, el valor de LN(1,C) guarda relación con resistencia probabilística de materiales y no con los temas abordados en este curso, por lo que en general, LN(1,x) = 1. Así, se tiene

$$k_a = 0.94938$$

k_b: Factor de Tamaño

Este valor se calcula en función del diámetro de la pieza, variando el cálculo según el intervalo de tamaño en que se encuentra (ver Shigley). Su cálculo también depende del sistema de unidades. Por esto, se debe suponer un diámetro inicial para calcularlo. Este valor supuesto puede estar incorrecto, por lo que en estricto rigor se debe iterar sobre la solución final para llegar al cálculo exacto tanto de este factor como del valor del diámetro de la pieza. Para ejemplificar, supondremos un diámetro de 2 pulgadas. Asi,

$$K_b = 0.859 - 0.02125d = 0.8165$$

k_c: Factor de Confiabilidad

Basta con ver la tabla de confiabilidad.

$$K_{c,90\%} = 0.897$$

k_d: Factor de Temperatura

De los apuntes de clases es posible ver que

$$k_d = -6 \cdot 10^{-12} \cdot x^4 + 5 \cdot 10^{-9} \cdot x^3 - 3 \cdot 10^{-6} \cdot x^2 + 0.0006 \cdot x + 0.9871$$

También es posible obtener este valor directamente de la tabla que se encuentra en el Shigley. De aquí, se tiene que

$$k_d = 1.025$$

En general, si no se especifica una temperatura de operación, este factor vale simplemente 1.

k_e: Factor de Concentración de Esfuerzos

En general, se tiene que el factor de concentración de esfuerzos también depende de las dimensiones de la pieza así como las dimensiones del agujero, por lo tanto hay que suponer un diámetro inicial. Supondremos, como antes, d = 2 [pulg].

$$\frac{1 + \frac{2}{\sqrt{r}} \cdot \frac{K_{ts} - 1}{K_{ts}} \cdot \sqrt{a}}{K_{ts}} = k_e$$

donde K_{ts} debe ser obtenido desde la tabla E-15-10 del Shigley (sexta edición) en función de la relación de tamaño entre el agujero y la pieza,
$a^{1/2}$ *(kpsi)* = $0.220353 - 0.275605 \cdot 10^{-2} \cdot S_{ut} + 0.113449 \cdot 10^{-4} \cdot S_{ut}^2$

$- 0.247328 * 10^{-7} * S_{ut}^3$

y *r* es el radio del agujero.

Para este ejemplo en particular, $K_{ts} = 2.75$, por lo tanto el valor final de k_e es:

$$k_e = 0.476154$$

k_f: Factor de Carga

En este caso, la mayor carga se da por torsión y no por carga axial, por lo tanto sólo se considera uno de estos factores (el factor de carga por flexión vale 1)(el factor es sensible al sistema de unidades). Entonces:

$$k_f = 0.328 * S_{ut}^{0.125} = 0.534194$$

Cálculo Final de la Pieza:

Ya que se tienen todos los factores calculados, entonces se debe obtener el siguiente valor para utilizar en la fórmula de Sodelberg:

$$\prod k_i \cdot S'_e = S_e$$

Por lo tanto se tiene

(0.94938 * 0.8165 * 0.897 * 1.025 * 0.476154 * 0.534194) * 49.5 [kpsi] =
0.12557 * 49.5 [kpsi] = 8.9735 [kpsi]

Ahora que se tiene el valor de la resistencia a la fatiga corregido, se debe verificar la nueva condición de diámetro mínimo según los criterios de Fatiga, Soderberg, Goodman y ASME. En general, se tiene que el criterio de Soderberg es más conservador que Goodman y para este ejemplo no consideraremos el caso ASME ni Goodman. Considerando un mismo factor de seguridad n=2, se tiene el siguiente resultado para los distintos criterios:

Fatiga sin considerar torsión

$$d_{\min} = \left[\frac{32 \cdot M_{\max} \cdot n}{\pi \cdot S_e} \right]^{1/3} \Rightarrow d_{\min} = 1.666861[in]$$

Soderberg, máxima energía de distorsión

$$d_{\min} = \left[\frac{27.733 \cdot n}{\pi} \cdot \sqrt{\left(\frac{T_{\max}}{S_y} \right)^2 + \left(\frac{M_{\max}}{S_e} \right)^2} \right]^{1/3} \Rightarrow d_{\min} = 1.639554[in]$$