Solución:

Se debe aplicar suma de torques más la segunda ley de Newton:

$$\sum T = I\frac{d\omega}{dt} \tag{1}$$

$$\sum F = m\frac{dV}{dt} = mR\frac{d\omega}{dt} \tag{2}$$

Luego considerando la tensión y la gravedad actuando sobre la masa colgante y esa misma tensíon haciendo torque en el cilindro junto con el torque debido a la viscocidad se tiene que las ecuaciones 1 y 2 quedan como: (Ver diagramas de cuerpo libre)

$$tR - T_{viscoso} = I\frac{d\omega}{dt} \tag{3}$$

$$mg - t = mR\frac{d\omega}{dt} \tag{4}$$

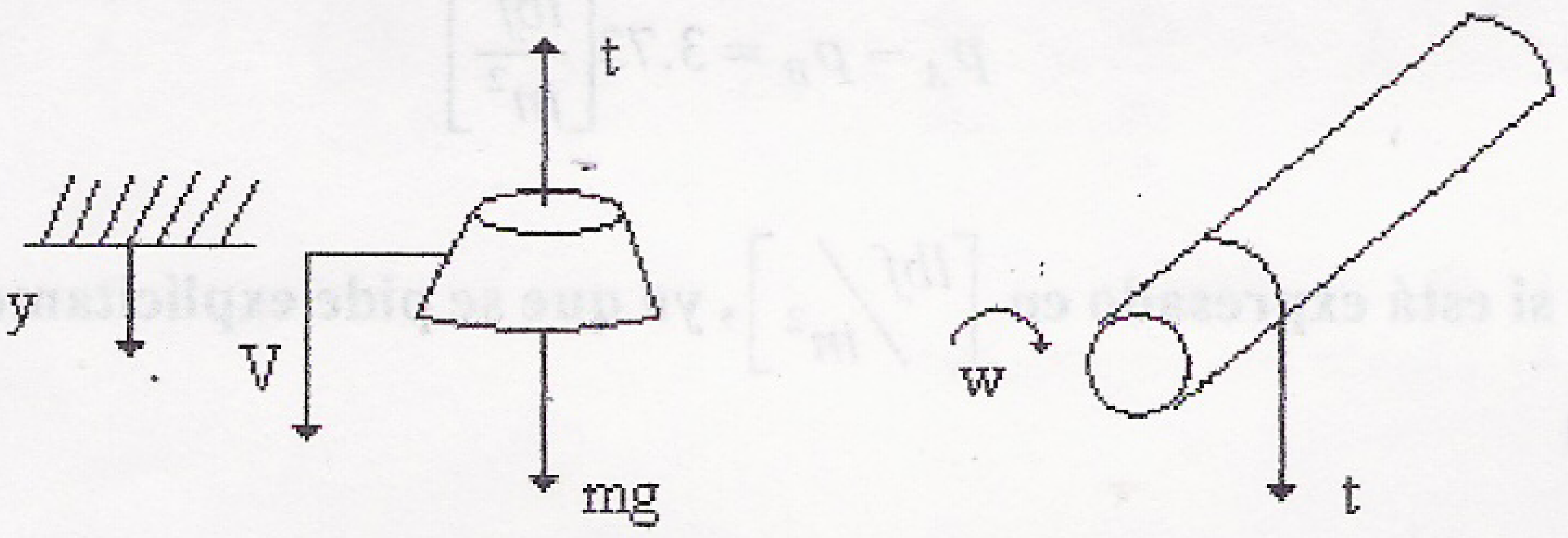

Figura 1: Diagrama de cuerpo libre

Ahora, sabiendo que:

$$T_{viscoso} = \tau RA = \mu\frac{V}{a}R\underbrace{2\pi RL}_{A} = \frac{2\pi\mu\omega R^3 L}{a}$$

$$I = \frac{1}{2}M_{cil}R^2$$

y uniendo las ecuaciones 3 y 4 se tiene:

$$mgR - \frac{2\pi\mu R^3 L}{a}\omega = (\frac{1}{2}M_{cil}R^2 + mR^2)\frac{d\omega}{dt} \tag{5}$$

Esta última ecuación puede ser escrita como:

$$A - B\omega = C\frac{d\omega}{dt} \tag{6}$$

En donde:

$$A = mgR$$

$$B = \frac{2\pi\mu R^3 L}{a}$$

$$C = \frac{1}{2}M_{cil}R^2 + mR^2$$

La ecuación 6 tiene como solución general:

$$\omega = \frac{A}{B}\left[1 + \exp\left(\frac{-Bt}{C}\right)\right]$$

El máximo valor de esta expresión se obtiene cuando $t \to \infty$ en donde $\omega_{max} = \frac{A}{B}$. Y evaluando se obtiene:

$$\omega_{max} = 2{,}63 rad/seg$$

Ahora, para determinar el tiempo necesario para alcanzar el 95 % de la velocidad máxima, se hace $\omega_{95} = 0{,}95\omega_{max}$ y se despeja el tiempo de la ecuación para ω. Haciendo lo anterior se obtiene $t_{95} = 0{,}671 seg$