

Auxiliar MA3801 Análisis 2009

Profesor: Rafael Correa

Profesores Auxiliares: Roberto Castillo, Omar Larré, Andrés Fielbaum

Problema 1

1. Sea G espacio de Banach, $B \subset G$. Supongamos que $\forall f \in G^*$, $f(B)$ es acotado en $\mathbb{R}$. Luego B es acotado.
2. Sea E Banach. Si $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ es tal que $x_n \rightharpoonup x$, entonces $\|x_n\|$ es acotado y $\|x\| \leq \liminf \|x_n\|$.

Problema 2

Sea E e.v.n. de dimensión no finita, $S := \{x \in E : \|x\| = 1\}$. Se tiene que

$$\overline{S}^{\sigma(E, E^*)} = \{x \in E : \|x\| \leq 1\}$$

Problema 3

Sea E Banach y $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ en E tal que $x_n \rightharpoonup x$ en E .

1. Muestre que existe una sucesión $(y_n)_{n \in \mathbb{N}}$ en E tal que

a) $y_n \in \text{conv}(\cup_{i=n}^{\infty} \{x_i\})$

b) $y_n \rightarrow x$

2. Muestre que existe una sucesión $(z_n)_{n \in \mathbb{N}}$ en E tal que

a) $z_n \in \text{conv}(\cup_{i=1}^n \{x_i\})$

b) $z_n \rightarrow x$

Problema 4

Considere el espacio l^1 , y la sucesión $e_n = (0, 0, \dots, 0, 1, 0, \dots)$ donde el 1 está en la posición n . Mostrar que $(e_n)_{n \in \mathbb{N}}$ es acotado en l^1 y no tiene subsucesiones convergentes en la topología débil. ¿Qué se puede deducir del espacio l^1 ?