

Universidad de Chile

Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas

Departamento de Ingeniería Matemática

## Auxiliar #3 MA34B

Profesor: Julio Deride, Auxiliar: Gonzalo Contador.

**P1.** Se tiene una m.a.s. de tamaño  $n$  de una variable  $X$ , con distribución *Uniforme*( $0, \theta$ ). A partir de la muestra, de los estimadores para el parámetro  $\theta$  mediante el método de los momentos y el método de máxima verosimilitud. ¿Que problemas presenta cada uno de ellos?

**P2.** Sean  $\{X_1, \dots, X_n\}$  valores muestrales para una v.a. cuya función de densidad viene dada por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\beta a^\beta}{x^{\beta+1}} & x > a \\ 0 & x < a \end{cases}$$

con  $a, \beta > 0$  y  $a$  conocido.

- Muestre que  $Y = \ln\left(\frac{X}{a}\right)$  sigue una distribución *exponencial*( $\beta$ ).
- Deduzca el estimador máximo verosimil  $\hat{\alpha}$  de  $\alpha = \frac{1}{\beta}$ .
- Calcule  $\mathbb{E}(\hat{\alpha})$  y  $\text{Var}(\hat{\alpha})$ . Verifique que es insesgado.
- Dé el estimador máximo verosimil de  $\beta$ .
- Muestre que  $\hat{\alpha}$  obtenido en b) es de mínima varianza.

**P3.** Para una m.a.s. de tamaño  $n$  de una v.a.  $X \sim \text{Normal}(\mu, \sigma^2)$ ,  $\sigma^2$  conocido.

- Calcule  $I_n(\mu)$ .
- La media muestral ¿es de mínima varianza?.