

Universidad de Chile

Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas

Departamento de Ingeniería Matemática

## Auxiliar #2 MA34B

Profesor: Julio Deride, Auxiliar: Gonzalo Contador.

**P1.** A partir de una m.a.s. de tamaño  $n$  de una v.a.  $X$ , el método de los momentos entrega los estimadores  $\hat{\mu}$  de la media y  $\hat{\sigma}^2$  de la varianza

$$\hat{\mu} = \bar{X}$$
$$\hat{\sigma}^2 = s_n^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

- a) El estimador  $s_n^2$  ¿es insesgado? ¿es asintoticamente insesgado?
- b) Considere ahora como estimador de la varianza el estadístico  $s_{n-1}^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ . ¿Es insesgado? ¿Como se compara con  $s_n^2$ ?

**P2.** Considere una m.a.s. de tamaño  $n$  para la v.a.  $X$  cuya función de densidad viene dada por  $f(x) = \frac{(\alpha+1)}{\theta^{\alpha+1}} x^\alpha$  si  $x \in (0, \theta)$ , con  $\alpha$  conocido y  $\theta$  el parámetro a estimar.

- a) De una expresión para el momento de orden  $k$  de  $X$
- b) Deduzca la esperanza y la varianza de  $X$ .
- c) De el estimador de los momentos de  $\theta$  y muestre que es consistente.

**P3.** Se considera la v.a.  $X$  cuya función de densidad viene dada por  $f(x) = \frac{1}{a}$  si  $x \in (\theta, \theta + a)$ , con  $a$  fijo y conocido y  $\theta$  el parámetro a estimar, y considere una m.a.s. de tamaño  $n$  de  $X$ .

- a) De la esperanza y la varianza de  $X$ .
- b) De el estimador de los momentos de  $\theta$ . ¿Es insesgado? ¿Es consistente?
- . Dé dos tipos de convergencia que verifica el estimador hacia  $\theta$ .