

Universidad de Chile

Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas

Departamento de Ingeniería Matemática

## Auxiliar #1 MA34B

Profesor: Julio Deride, Auxiliar: Gonzalo Contador.

**P1.** Sea  $(X_i)_{i=1}^n$  una muestra aleatoria simple de una v.a.  $X$ , con los  $X_i$  i.i.d.

Se definen las siguientes “funciones de pérdida” para los estadísticos obtenidos de la muestra

$$h(c) = \sum_{i=1}^n (X_i - c)^2$$

$$L(c) = \sum_{i=1}^n |X_i - c|$$

- a) Pruebe que la media muestral  $\bar{X}$  es el estadístico que minimiza la función  $h$
- b) Pruebe que la mediana muestral es el estadístico que minimiza la función  $L$

**P2.** El centro de alumnos está interesado en conocer la distribución del ingreso de los alumnos de la facultad, y le pide ayuda a usted como experto(a) en estadística para estimar el ingreso promedio. Dos de sus amigos se ofrecen para hacer encuestas respectivamente a un volumen de  $n$  y  $m$  alumnos, las que denotaremos  $(X_i)$  e  $(Y_i)$  respectivamente. Mientras ellos realizan la encuesta, para ganar tiempo, usted decide de antemano que estadístico presentará al centro de alumnos. Suponga que la distribución del ingreso de los alumnos de la facultad tiene media  $\mu$  y varianza  $\sigma^2$ , y considere los siguientes estadísticos

$$\mu_1 = \frac{1}{2}\bar{X} + \frac{1}{2}\bar{Y}$$

$$\mu_2 = \frac{n\bar{X} + m\bar{Y}}{n + m}$$

- a) Muestre que el valor esperado de ambos estadísticos es igual a  $\mu$ .
- b) En vista de lo anterior, ambos estadísticos podrían ser considerados buenos como predictores de la media teórica. Decida cuál es el que utilizará en función de las respectivas varianzas y justifique su decisión.