



CLASE AUXILIAR # 11

Raúl Gouet, Jorge Lemus.

- P1.** Suponga que $Y \sim \exp(\lambda)$. Encuentre un intervalo de confianza del 95% para su esperanza. Hint: considere la v.a $U = \lambda Y$.
- P2.** Suponga que Y es una observación de una distribución normal con media desconocida μ y varianza 1. Encuentre un intervalo de confianza de 95% para μ .
- P3.** Los administradores de un hospital desean estimar el promedio del número de días requeridos para el tratamiento de un paciente entre 25 y 34 años. Una muestra aleatoria de 500 pacientes de hospital entre esas edades produjo una media y una desviación estándar iguales a 5,4 y 3,1 días respectivamente. Construya un intervalo de confianza del 95% para el promedio de días que permanece la población de pacientes.
- P4.** Sean $X \sim \exp(\lambda)$ e $Y \sim \exp(\mu)$ independientes. Muestre que

$$C_{X,Y} = \{(\lambda, \mu) : \lambda x + \mu y \leq a\}$$

es un intervalo de confianza para (λ, μ) con coeficiente de confianza de $1 - (1 + a)e^{-a}$

- P5.** El número de fallas de una máquina ,durante el intervalo de tiempo (expresado en horas) $[0, t]$ se puede modelar como una v.a con función de probabilidad de Poisson, dada por:

$$p_{\theta}(k) = \frac{e^{-\theta k} (\theta k)^k}{k!}$$

donde $k = 0, \dots, t > 0$ y $\theta > 0$ es un parámetro desconocido que se requiere estimar, a partir de una MAS $K = (K_1, \dots, K_n)$.

- (i) Encuentre el EMV de θ y calcule su varianza.
- (ii) Calcule la cota de Cramer-Rao y decida si el EMV es eficiente.

- P6.** Considere una muestra $x = (x_1, \dots, x_n)$ de una variable aleatoria positiva con densidad $\theta^2 x e^{-\theta x}$, $\theta > 0$. Su estimador de máxima verosimilitud está dado por $\frac{2n-1}{\sum x_i}$ (verifíquelo como ejercicio). Calcule la eficiencia de este estimador. ¿Se alcanza la cota de Cramer-Rao?
- P7.** Valor en el precio de venta del sector residencial: Sea P_R el precio de venta de este sector. Se verifica que $P_R \sim \mathcal{N}(2, 0.5)$ y esto es constante en cada ao.
- P8.** Tiempo de venta: Primero notamos que si $X \sim T(a, m, b)$ (X tiene ley triangular a, m, b), se verifica que:

$$\mathbb{E}(X) = \frac{a + m + b}{3} \tag{1}$$

$$Var(X) = \frac{(b - a)^2 - (b - m)(m - a)}{18} \tag{2}$$

Variable	Valor de referencia
Precio de venta suelo residencial[UF]	2
Precio de venta suelo industrial[UF]	2,5
Tiempo de venta suelo residencial[aos]	8
Tiempo de venta suelo industrial[aos]	9
Variable de licitación	850 ¹