



CLASE AUXILIAR # 6

Raúl Gouet, Jorge Lemus.

P1. La función de densidad de probabilidad de X , tiempo de vida de un cierto artículo electrónico (medido en horas) está dado por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{10}{x^2} & x > 10 \\ 0 & x \leq 10 \end{cases} \quad (1)$$

- (a) Encuentre $\mathbb{P}(x > 20)$
- (b) ¿Cuál es la función de distribución de X ?
- (c) ¿Cuál es la probabilidad que de 6 artículos , 3 de ellos funcionen por lo menos 15 horas?
¿Qué supones para calcularlo?

P2. Los trenes dirigidos hacia el destino A llegan a la estación ferroviaria en intervalos de 15 minutos partiendo desde las 7_{A.M.}, mientras que los trenes con destino a B llegan en intervalos de 15 minutos partiendo desde las 7 : 05_{A.M.}.

- (a) Si un cierto pasajero llega a la estación en un tiempo distribuido uniformemente entre las 7 y 8_{A.M.} , y toma el primer tren que llega, ¿qué proporción de veces va hacia A?
- (b) ¿Y si el pasajero llega en un tiempo uniformemente distribuido entre 7:10 y 8 : 10_{A.M.}?

P3. Muestre que

$$\mathbb{E}(Y) = \int_0^{\infty} \mathbb{P}(Y > y)dy - \int_0^{\infty} \mathbb{P}(Y < -y)dy$$

P4. Sea X una variable aleatoria que toma valores entre 0 y c . Esto es $\mathbb{P}(0 \leq X \leq c) = 1$. Muestre que:

$$\text{Var}(X) \leq \frac{c^2}{4}$$

Hint:Argumente primero que

$$\mathbb{E}(X^2) \leq c\mathbb{E}(X)$$

Luego, use esto para mostrar que

$$\text{Var}(X) \leq c^2[\alpha(1 - \alpha)], \text{ donde } \alpha = \frac{\mathbb{E}(X)}{c}$$

P5. Una variable aleatoria Cauchy estándar tiene función de densidad

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)} \quad -\infty < x < \infty$$

Si X es una variable aleatoria Cauchy estándar, muestre que $1/X$ es también una variable aleatoria Cauchy estándar.