Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE
Probabilidades y Estadística 09-1

Clase Auxiliar # 3

Raúl Gouet, Jorge Lemus.

P1. Considere dos lanzamientos independientes de una moneda equilibrada. Sea A el evento: *el primer lanzamiento fue cara* , B el evento: *el segundo lanzamiento fue cara*, y C el evento: *en ambos lanzamientos se obtuvo el mismo resultado*. Pruebe que A, B y C son independiente a pares, es decir A es independiente con B, A es independiente con C, B es independiente con C, pero no son mutuamente independientes.

P2. Un acusado se presenta a un jurado de 12 personas por el cargo de estafa al fisco. La probabilidad de que él haya hecho la estafa es α. Para ser declarado culpable, por lo menos 8 de los 12 jurados deben votar culpable, y en caso contrario el acusado es declarado inocente. Si cada uno de los jurados actua de forma independiente, y cada uno toma la decisión correcta con probabilidad θ, ¿cuál es la probabilidad de que el jurado termine tomando una decisión justa?

P3. Se sabe que los tornillos produciros por una cierta compañía serán defectuosos con una probabilidad de .01 independiente unos de otros. La compañía vende los tornillos en paquetes de 10 y ofrece garantía de devolver el dinero si más de un tornillo sale defectuoso. ¿Qué proporción de paquetes vendidos la compañía debe devolver?

P4. Suponga el siguiente modelo de clima: el clima seco o húmedo de mañana es igual al de hoy con probabilidad p. Esto en cada día del ao.

(a) Si el clima del día 1 es seco, probar que la probabilidad P_n de que el día n sea seco satisface:

$$P_n = (2p-1)P_{n-1} + (1-p),\ n \geq 2,\ P_1 = 1$$

(b) Probar que $P_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(2p-1)^n$, $n \geq 0$

P5. Sean $\{E_n, n \geq 1\}$ y $\{F_n, n \geq 1\}$ secuencias crecientes de eventos (es decir, $E_n \subseteq E_{n+1}$ y $F_n \subseteq F_{n+1}$) con límites E y F (es decir, $E = \bigcup\limits_{n\in\mathbb{N}} E_n$ y $F = \bigcup\limits_{n\in\mathbb{N}} F_n$. Pruebe que si E_n es independiente de F_n para todo $n \in \mathbb{N}$, entonces E es independiente de F

P6. La densidad de probabilidad de una variable aleatoria X está dada por

$$p(i) = c\lambda^i/i! \text{ para } i = 0, 1, 2, ... \text{ donde } \lambda > 0.$$

Encuentre $\mathbb{P}(X = 0)$ y $\mathbb{P}(X > 2)$.

P7. Considere las variables aleatoria X con distribución $\{(-1, \frac{1}{3}), (1, \frac{1}{6}), (2, \frac{1}{2})\}$. Encuentre la distribución de probabilidades de la variable aleatoria $Y = 3X^2 + 2$.