Ingeniería Matemática
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE
Probabilidades y Estadística 09-1

Clase Auxiliar # 3

Raúl Gouet, Jorge Lemus.

P1. Probar la siguiente identidad: $\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(A|B \cap C)\mathbb{P}(C|B) + \mathbb{P}(A|B \cap C^c)\mathbb{P}(C^c|B)$.

P2. Un futbolista lanza penales sólo lanza pedales a la izquierda(evento I), al centro(evento C) o a la derecha (evento D). Es sabido que este futbolista lanza más veces a la izquierda que a la derecha, de modo que $\mathbb{P}(I) = 2\mathbb{P}(D)$. Sea A el evento que el arquero ataje el penal, lo depende de la dirección de éste. Se sabe que $\mathbb{P}(A|I) = \frac{2}{5}$, $\mathbb{P}(A|C) = \frac{1}{4}$ y que $\mathbb{P})(A|D) = \frac{1}{6}$. Además es sabido que $\mathbb{P}(A) = \frac{1}{4}$. Calcular $\mathbb{P}(C)$.

P3. Una urna contiene r bolas rojas y a azules. Dos bolas se sacan aleatoriamente de la urna, devolviendo a la urna la primera bola antes de sacar la segunda. Denotamos por R_1 al evento *sacar la primera bola roja* y R_2 al evento *sacar la segunda bola roja*.

(a) Calcular $\mathbb{P}(R_1)$, $\mathbb{P}(R_2)$.

(b) Si luego de sacar la primera bola, se devuelve a la urna y adems se agregan c bolas del mismo color de la primera bola extraida. Calcular en este caso $\mathbb{P}(R_2)$ y comparar con el valor obtenido en la parte anterior.

P4. (El problema de Monty Hall) En un programa de televisión el animador muestra 3 puertas a un concursante. Detrás de una de ellas hay un auto y detrás de las otras dos una cabra. El auto podría estar en cualquiera de ella de manera equiprobable. El concursante escoge una de las 3 puertas para descubrir qué hay detrás de ella. El animador, que sabe en qué puerta está el auto, abre una de las puertas en donde hay una cabra y ofrece al concursante cambiar de puerta o mantenerse en la puerta en que estaba.

(a) Sea el evento A :*escoger la puerta ganadora, cuando se ofrecen las 3 puertas.* Calcular $\mathbb{P}(A)$.

(b) Sea B : *escoger la puerta ganadora, después de que el animador abre una puerta.* El concursante puede usar distintas estrategias para resolver la situación:

  i. Si la estrategia es NO cambiar de puerta, calcular $\mathbb{P}(B|A)$, $\mathbb{P}(B|A^c)$ y $\mathbb{P}(B)$.

  ii. Si la estrategia es SIEMPRE cambiar de puerta, calcular $\mathbb{P}(B|A)$, $\mathbb{P}(B|A^c)$ y $\mathbb{P}(B)$.

  iii. Si la estrategia es escoger al azar una de las 2 puertas que aún no se abren, calcular $\mathbb{P}(B|A)$, $\mathbb{P}(B|A^c)$ y $\mathbb{P}(B)$.

P5. Cierta enfermedad congénita se transmite a la descendencia de modo que si uno de los padres presenta el gen X, cada hijo tiene probabilidad α de enfermar si éste era de su padre y β si era de su madre. Si ambos presentan el gen es seguro que enfermará. Por otro lado, cada padre tiene una probabilidad p de presentar el gen (independientemente)

(a) Si una persona está enferma ¿cuál es la probabilidad que esta enfermedad haya sido transmitida sólo por la madre?

(b) Suponga un segundo hijo (hermano del anterior). Calcule la probabilidad que esté enfermo si se sabe que su hermano lo está. ¿Qué puede decir de los eventos "primer hijo enfermo" y "segundo hijo enfermo"?