



GUÍA EJERCICIOS # 1 (PARTE 2)

Raúl Gouet, Jorge Lemus.

- P1.** Considere un experimento $\mathcal{E}$ con su espacio muestral asociado Ω y los sucesos (o eventos) A, B y C . Escriba en términos de A, B, C los siguientes sucesos o eventos: “ A no ocurre pero B si ocurre”, “ninguno de los tres sucesos ocurre”, “alguno ocurre”, “todos ocurren”, “exactamente uno ocurre”, “exactamente dos ocurren”.
- P2.** Una urna contiene 5 bolas blancas, 4 bolas rojas y 3 bolas azules. Se extraen sucesivamente y al azar tres bolas sin reposición.
- (a) Calcule la probabilidad de obtener al menos dos bolas de colores distintos.
 - (b) Calcule la probabilidad de obtener exactamente dos colores distintos.
 - (c) Sabiendo que han salido exactamente dos bolas del mismo color, calcular la probabilidad de que éstas sean de color rojo.
- P3.** Una partícula (o un bicho) se mueve en el plano $\mathbb{Z}^2$ dando pasos unitarios ya sea hacia arriba o hacia la derecha.
- (a) ¿Cuántos caminos o recorridos posibles tiene la partícula para ir de $(0, 0)$ a $(7, 7)$?
 - (b) ¿Cuántos recorridos hay desde $(2, 7)$ a $(9, 14)$?
 - (c) ¿Cuántos recorridos hay desde $(0, 0)$ a (m, n) , $m, n > 0$?
 - (d) ¿Cuántos recorridos hay desde $(0, 0)$ a (m, n) , $m, n > 0$, que pasen por el punto (p, q) , con $p \leq m$ y $q \leq n$.
- P4.** Un cajón contiene b calcetines blancos, r rojos y a azules ($n = a + b + r$). Se extraen calcetines al azar del cajón, uno tras otro y sin reposición, hasta tener un par del mismo color. Calcule la probabilidad de los siguientes sucesos o eventos:
- (a) El par (del mismo color) se obtiene al sacar el k -ésimo calcetín, para $1 \leq k \leq n$.
 - (b) El par seleccionado es de color blanco (azul, rojo).
 - (c) El par se obtiene en la tercera extracción, sabiendo que es rojo.
- P5.** Se dispone de dos urnas, I y II. En la urna I hay m_1 bolitas blancas y n_1 negras; en la urna II hay m_2 blancas y n_2 negras. En un primer esquema de extracción se selecciona una urna (la urna I con probabilidad p_1 y la II con probabilidad p_2) y luego, de la urna seleccionada se extrae una bolita al azar. En el segundo esquema las bolitas de ambas urnas se juntan y se extrae al azar una bolita. Calcule la probabilidad de obtener una bolita blanca en cada uno de los esquemas descritos y muestre que ambos valores coinciden si p_1 y p_2 se escogen proporcionales a los tamaños (número total de bolitas) de las respectivas urnas.
- P6.** Una caja contiene n fichas, de las cuales m son blancas. Se lanza una ruleta con k valores $1, 2, \dots, k$ (equiprobables) y luego se escoge al azar una cantidad de fichas igual al resultado de la ruleta. Calcule la probabilidad de que todas las fichas escogidas sean blancas. Evalúe numéricamente el caso $n = 10, m = 4, k = 6$.

- P7.** Un comerciante recibe un lote de relojes importados de Asia. El lote proviene, ya sea de una fábrica en Taiwan o bien, de una fábrica de Singapur. La fábrica de Singapur produce en promedio un reloj defectuoso por cada 200 pero la de Taiwan, 1 entre 1000. El comerciante examina un reloj y constata que funciona. ¿Cuál es la probabilidad de que el segundo reloj examinado funcione?
- P8.** Se sabe que Pedro y Juan dicen la verdad (aleatoriamente y de manera independiente) sólo un tercio de las veces. Pedro hace una afirmación y Juan nos comunica que Pedro ha dicho la verdad. ¿Cuál es la probabilidad de que Pedro esté realmente diciendo la verdad? Indicación: considere los sucesos o eventos $A =$ “Pedro hace una afirmación verdadera (cuya veracidad Juan es capaz de detectar)” y $B =$ “Juan dice la verdad”. Entonces, el suceso o evento “Juan dice que Pedro ha dicho algo verdadero” equivale a $(A \cap B) \cup (\bar{A} \cap \bar{B})$.
- P9.** Más mentirosos. A dice la verdad $3/4$ de las veces y B $4/5$ de las veces. Se extrae una bolita al azar de una bolsa que contiene 9 bolitas, todas de distintos colores y ambos afirman que la bolita extraída es blanca. Demuestre que la probabilidad de que la afirmación sea cierta es $96/97$.
- P10.** Un complejo sistema de ingeniería posee un interruptor automático de seguridad, que debe activarse en condiciones de falla del sistema. Suponga que la probabilidad de que el interruptor se active, dado que hay una falla es 0.99 y que la probabilidad de no activarse, dado que no hay falla también es 0.99. Finalmente, suponga que la probabilidad de que el sistema falle es 0.001. Calcule la probabilidad de que el sistema haya fallado, sabiendo que el interruptor de seguridad se activó.
- P11.** Una urna de madera contiene 10 bolitas blancas y 3 rojas mientras que otra urna de plástico contiene 3 blancas y 5 rojas. Se escogen dos bolitas al azar de la urna de madera, se transfieren a la urna de plástico y luego se extrae una bolita al azar de la urna de plástico. ¿Cuál es la probabilidad de que esta última bolita sea blanca.
- P12.** Una bolsa contiene 4 bolitas. Una es azul, una es negra y dos son rojas. Se extraen dos bolitas al azar. Sabiendo que al menos una de ellas es roja, ¿cuál es la probabilidad de que ambas sean rojas?
- P13.** Considere tres muebles idénticos A, B y C, cada uno de los cuales tiene dos cajones. Suponga que A contiene una moneda de oro en cada cajón; que B contiene una moneda de plata en cada cajón y C una moneda de oro en un cajón y una de plata en el otro. Suponga que se escoge un mueble al azar, se abre un cajón y se encuentra una moneda de oro. (i) Calcule la probabilidad de que el otro cajón contenga una moneda de plata. (ii) Cuál es la probabilidad de que el mueble escogido haya sido A, B, C?
- P14.** Un profesor distraído regresa por avión desde Paris a Santiago, haciendo escala en Nueva York, Miami y Rio de Janeiro. Suponga que en cada escala, la probabilidad de que pierda su mochila es p . Al llegar a Santiago, el profesor constata la ausencia de su mochila. Calcule la probabilidad de que la haya dejado en Nueva York, Miami o Rio de Janeiro respectivamente.
- P15.** Considere la elección al azar de una permutación de los números $1, 2, \dots, n$, de tal manera que Ω es el espacio equiprobable de todas las permutaciones. Sea $A_i \subseteq \Omega$ el suceso “el número i está en el lugar $i + 1$ de la permutación” para $i = 1, \dots, n - 1$ y A_n el suceso “el número n está en el lugar 1 de la permutación”.
- (a) Calcule $P(A_i)$ y $P(A_i \cap A_j)$, $i \neq j$, $i, j = 1, \dots, n$.
- (b) Calcule $P(A_i \cup A_j)$, donde $1 \leq i, j \leq n$ e $i \neq j$.