Clase Auxiliar # 2

Raúl Gouet, Jorge Lemus.

P1. Encontrar cuántos divisores positivos distintos tiene cada uno de los siguientes números:

(a) $3^4 \times 5^2 \times 7^6 \times 11$

(b) 620

(c) 10^{10}

P2. Una sala de clases tiene m filas de n asientos cada una. $k < n$ alumnos siempre se sientan adelante y $p < n$ siempre se sientan atrás. ¿ De cuántas maneras distintas se pueden sentar nm alumnos en la sala?

P3. ¿ Cuántos caminos existen desde el origen $(0, 0, 0)$ hasta el punto (n, m, p), $n, m, p \in \mathbb{N}$, si en cada paso se avanza en alguna de las tres direcciones x, y ó z y no se puede retroceder?

P4. Determine el número de soluciones enteras de la ecuación $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 20$ que satisfacen $1 \leq x_1 \leq 6$, $0 \leq x_2 \leq 7$, $4 \leq x_3 \leq 8$, $2 \leq x_4 \leq 6$.

P5. Si se lanzan n dados simultáneamente, encontrar una expresión para la probabilidad de que la suma de los valores obtenidos sea $k \in \mathbb{N}$, como función de n. Para el caso $n = 3$ y $k = 5$, ¿Cuántos dados se deben lanzar para maximizar esta probabilidad?

P6. En un campeonato de tenis juegan n jugadores. Cada una de las $\binom{n}{2}$ parejas posibles se enfrentan y el torneo lo gana aquel jugador que gane más partidos. Dado $k \in \mathbb{N}$ tal que $1 < k < n$, pruebe que el evento E : *Para cada subconjunto de k jugadores, existe un jugador que los haya vencido a todos*, tiene probabilidad positiva si

$$\binom{n}{k}\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^k\right]^{n-k}.$$