Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Escuela de Ingeniería

Auxiliar 1

MA3101 - Elementos de Álgebra

Profesor: Pablo Dartnell
Auxiliar: Roberto Castillo

P1.- Sean G, G_1 y G_2 grupos. Pruebe que si G es isomorfo a $G_1 \times G_2$, entonces existen subgrupos H y K de G isomorofs a G_1 y G_2 respectivamente, tales que

- $H \cap K = \{1_G\}$
- $HK = G$
- $hk = kh$ para todo $h \in H$, $k \in K$.

P2.- [Abelianización de un grupo]
Sea G un grupo. Dados x, $y \in G$, se define el conmutador de x e y como $[x, y] = xyx^{-1}y^{-1}$. Sea $A = \{[x, y] : x, y \in G\}$.
Pruebe que:

(i) $xy = yx \Leftrightarrow [x, y] = 1$.

(ii) Si $f : G \to L$ es morfismo de grupos, entonces $f([x, y]) = [f(x), f(y)]$.

(iii) $< A >=< A >_N$.
Se llama subgrupo conmutador a $[G, G] =< A >$. $G/[G, G]$ se denomina abelianización de G.

(iv) Pruebe que $\forall H \lhd G$, G/H es abeliano $\Leftrightarrow [G, G] \subseteq H$.

P3.- Pruebe que cualquier grupo no abeliano tiene al menos seis elementos.