pero

$$\operatorname{div}(F) = y^2 z + x^2 z$$

Usando coordenadas cilíndricas

$$\iiint_{\Omega} \operatorname{div}(F) = \int_0^2 \int_{\varepsilon}^1 \int_0^{2\pi} (\rho^2 \operatorname{sen}^2\theta \cdot z + \rho^2 \cos^2\theta \cdot z) \cdot \rho \, d\theta \, d\rho \, dz$$

$$= \int_0^2 \int_{\varepsilon}^1 \int_0^{2\pi} \rho^3 \cdot z \, d\theta \, d\rho \, dz$$

$$= 2\pi \cdot \frac{2^2}{2} \cdot \left[\frac{1}{4} - \frac{\varepsilon^4}{4}\right] = \pi [1 - \varepsilon^4] \xrightarrow[\varepsilon \to 0]{} \pi$$

Y $\cdot \displaystyle\iint_{S_1} \vec{F} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_1} \vec{F} \cdot \hat{k} \, dS = \iint_{S_1} \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \, dS$

$\cdot \displaystyle\iint_{S_3} \vec{F} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_3} \vec{F} \cdot (-\hat{k}) \, dS = \iint_{S_3} \frac{-x}{\sqrt{x^2+y^2}} \, dS = -\iint_{S_1} \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} \, dS$

pues la función que se integra no depende de z

$\cdot \displaystyle\iint_{S_4} \vec{F} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_4} \vec{F} \cdot (-\hat{\rho}) \, dS$ $\longrightarrow (-\cos\theta; \operatorname{sen}\theta, 0)$

$$= \int_0^{2\pi} \int_0^2 -\cos\theta \left(e^z \sin(\varepsilon \sin\theta) + \varepsilon^3 \cos\theta \operatorname{sen}^2\theta \, z\right)$$

$$- \sin\theta \left(e^{\varepsilon \cos\theta} \cos(z) + \varepsilon^3 \cos^2\theta \operatorname{sen}\theta \, z\right)$$

$$\cdot \varepsilon \, d\theta \, dz$$

Y como $|\cos\theta| \leq 1$, $|\operatorname{sen}\theta| \leq 1$.

entonces $|e^{\varepsilon \cos\theta}| \leq M$ para cierto M (pues $\varepsilon \cdot \cos\theta$ es acotada)

$\Rightarrow \left|\displaystyle\iint_{S_4} \vec{F} \cdot d\vec{S}\right| \leq \varepsilon \cdot C$ donde C es la integral de una función que no depende de ε

$\Rightarrow \left|\displaystyle\iint_{S_4} \vec{F} \cdot d\vec{S}\right| \longrightarrow 0$

$$\Rightarrow \boxed{\iint_{S_2} \vec{F} \cdot d\vec{S} = \pi}$$

P1

a) como S es regular, orientable, acotada con borde regular ∂S, entonces

$$\int_{\partial S} (a \times \vec{r}) \cdot d\vec{r} = \iint_S \text{rot}\,(a \times \vec{r}) \cdot d\vec{S}$$

pero

$$a \times \vec{r} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 z - a_3 y \\ a_3 x - a_1 z \\ a_1 y - a_2 x \end{pmatrix}$$

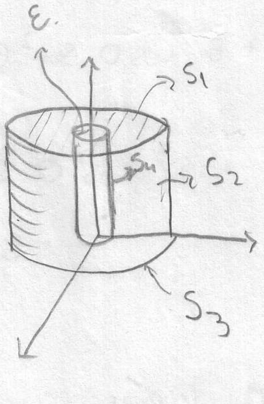
$$\Rightarrow \text{rot}\,(a \times \vec{r}) = \begin{pmatrix} \partial x \\ \partial y \\ \partial z \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a_2 z - a_3 y \\ a_3 x - a_1 z \\ a_1 y - a_2 x \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_1 + a_1 \\ a_2 + a_2 \\ a_3 + a_3 \end{pmatrix} = 2a$$

$$\Rightarrow \int_{\partial S} (a \times \vec{r}) \cdot d\vec{r} = 2 \iint_S a \cdot d\vec{S}$$

//

b)



Debemos calcular $\iint_{S_2} \vec{F} \cdot d\vec{S}$

pero por teorema de la divergencia

$$\iiint_{\Omega} \text{div}(\vec{F})\, dV = \iint_{S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup S_4} \vec{F} \cdot d\vec{S}$$

donde Ω es el volumen encerrado por $S_1 \cup S_2 \cup S_3 \cup S_4$

(Se debe "sacar" un cilindro de radio ε pues $\vec{F}$ no es diff. en el eje Z