

# Auxiliar n<sup>o</sup>5: Cálculo en Varias Variables

Profesor: Michal Kowalczyk  
Auxiliares: Emilio Vilches & Gonzalo Mena

15 de abril, 2009

## Pregunta 1

Hallar el gradiente de  $f$  en los siguientes casos:

1.  $f(x, y, z) = (x - y)e^{xz}$  en  $(1, -2, 1)$
2.  $f(x) = \|x\|^\alpha$ ,  $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}_+$  en  $x = 0$  y  $x \neq 0$   
Hint: considere los casos  $\alpha \leq 1, \alpha > 1$  para estudiar la diferenciabilidad en 0.

## Pregunta 2

1. Sea  $f(x_1, x_2) = \begin{cases} \frac{x_1^3 + x_2^4}{x_1^2 + x_2^2} & (x_1, x_2) \neq (0, 0) \\ 0 & (x_1, x_2) = (0, 0) \end{cases}$   
¿Existen las derivadas parciales en ese punto? ¿Es  $f$  diferenciable en  $(0, 0)$ ?
2. Sea  $f(x_1, x_2) = \begin{cases} \|x\|^2 \sin \frac{1}{\|x\|} & (x_1, x_2) \neq (0, 0) \\ 0 & (x_1, x_2) = (0, 0) \end{cases}$   
Demuestre que  $f$  es diferenciable  $(0, 0)$  en pero sus derivadas parciales no son continuas en  $(0, 0)$

## Pregunta 3

Sea  $S$  la superficie definida como

$$S = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : z^2 + \left( \sqrt{x^2 + y^2} - 2 \right)^2 = 1 \right\}$$

1. Encuentre los planos tangentes a  $S$  en  $\left(0, 2 + \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$  y  $(0, 1, 0)$
2. Bosqueje la intersección a  $S$  al plano  $x = 0$ . en el bosquejo indique  $\left(0, 2 + \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$  y  $(0, 1, 0)$  y los planos tangentes a  $S$  en dichos puntos.

**Pregunta 4**

Considere la superficie

$$S = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 - z = 0 \right\}$$

1. Encuentre el plano tangente a  $S$  en el punto  $(0, -\pi, \pi^2)$
2. Considere la curva definida por  $\sigma(t) = (t \sin t, t \cos t, t^2)$   
Muestre que  $\sigma$  está contenida en  $S$  y que pasa por el punto  $(0, -\pi, \pi^2)$ ; ¿Cuál es el valor de  $t$  allí?  
Calcule el valor del vector  $v$  tangente a la curva en  $(0, -\pi, \pi^2)$ . Haga un dibujo.