Facultad de Ingeniería - Universidad de Chile **Otoño 2002**

Control 1 de Cálculo en Varias Variables

Profesor: Alejandro Jofre Auxiliares: G. Espinoza - J. Zamora

P1.- a) Sea $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / (x-1)^2 + y^2 = \frac{1}{4} \wedge x < 1\}$. Determine $int(A), adh(A)$ y $Fr(A)$. ¿Es A abierto? ¿Es cerrado?
b) Estudie la existencia del limite en el origen de la siguiente función

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{(xy)^2}{(xy)^2+(x-y)^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

c) Se sabe que $\lim\limits_{x \to x_0} f(x) = 3$. Demuestre, usando $\varepsilon - \delta$ que

$$\lim_{x \to x_0} f^3(x) = 27.$$

P2. a) Considere la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^3+y^3} & \text{si } x \neq -y \\ 0 & \text{si } x = -y \end{cases}$$

i) Dibuje aproximadamente el conjunto de nivel 0 y de nivel 1. ? Se intersectan ?
ii) ¿Es f continua en (x_0, y_0) con $x_0 \neq -y_0$?
iii) ¿Es f continua en (x_0, y_0) con $x_0 = -y_0, x_0 \neq 0$?
iii) ¿Es f continua en $(0,0)$?

b) Considere las funciones

$$f(x,y) = (tan(x+y), 1+xy, e^{x^2+y}) \text{ y } g(u,v,w) = sen(uv + \pi w)$$

Sea $h = g \circ f$. Calcule la ecuación del plano tangente a h en el punto $(0,0,0)$

.P3- a) Sea $g : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ y $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ donde $g(1,1,1) = (2,3)$

$$Df(2,3) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

y

$$f \circ g(x,y,z) = \begin{bmatrix} xy^2z^2 \\ x^2y^2z \end{bmatrix}$$

Calcule $\frac{\partial g_2}{\partial y}(1,1,1)$.

b) Considere la función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} xy^2 sen\frac{1}{xy} & x \cdot y \neq 0 \\ 0 & x \cdot y = 0 \end{cases}$$

i) Calcule, si existen, las derivadas parciales de f en $(x,y) \in \mathbb{R}^2$.
Ind. distinga los casos $x \cdot y \neq 0 \wedge x \cdot y = 0, x \neq 0 \wedge x = y = 0$.
ii) Si $x \cdot y \neq 0$ ¿es f diferenciable en (x,y)?
iii) ¿es f diferenciable en $(0,0)$?
iv) ¿es $\frac{\partial f}{\partial y}$ es continua en $(0,0)$?