

# MA2001-2: Trabajo dirigido

Profesor: Rafael Correa F.  
Auxiliares: Raimundo Briceño, Adolfo Henríquez,  
Gonzalo Mena & Emilio Vilches

17 de junio, 2009

## Pregunta 1

Se construye un pentágono apoyando un triángulo isósceles sobre un rectángulo. Encuentre el máximo valor del área para el pentágono si el perímetro de este está limitado a un valor fijo  $L$ .

## Pregunta 2

Determine los puntos de la superficie de ecuación  $z^2 - xy = 1$  que están a menor distancia del origen.

## Pregunta 3

Sea  $p > 1$  y  $q$  tal que  $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ . Dado  $x \in \mathbb{R}^n$ , se define la *norma p de x* como:

$$\|x\|_p = \left( \sum_{i=1}^n x_i^p \right)^{\frac{1}{p}}$$

Dado  $a \in \mathbb{R}^n$ , demostrar que:  $\|a\|_q = \max \{ a \cdot x : \|x\|_p = 1 \}$ .

## Pregunta 4

Sea  $S = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \right\}$  con  $a, b, c \in \mathbb{R}_+ \setminus \{0\}$ . Determine las mínimas y las máximas distancias al origen.

## Pregunta 5

Una curva  $C$  en el espacio está definida implícitamente por la intersección de las superficies:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1 \\ x^2 - xy + y^2 - z^2 = 1 \end{cases}$$

Hallar el o los puntos en  $C$  más cercanos al origen. *Hint: utilizar coordenadas cilíndricas.*