

Auxiliar Extra: Introducción al Álgebra

Preparación Examen

Auxiliar: Orlando Rivera Letelier

Lunes 06 de Julio de 2009

P1. Sea $A = (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \times (\mathbb{R} \setminus \{0\})$. Se define sobre A la operación \circ por

$$(x, y) \circ (u, v) = (xu, yv)$$

- a) Demuestre que (A, \circ) es un grupo abeliano
- b) Considere $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ fijo. Se define $H \subseteq A$ por

$$H = \{(x, y) \in A \mid y = x^a\}$$

Demuestre que (H, \circ) es subgrupo de (A, \circ) .

P2. Sea $f : \mathbb{C} \times \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$, definida por $f(z_1, z_2) = |z_1 + z_2|$. Pruebe que, $\forall z_1, z_2 \in \mathbb{C}$,

$$f(z_1, z_2) \cdot f(\bar{z}_1, \bar{z}_2) \leq (|z_1| + |z_2|)^2$$

P3. Sean $1, w_1, w_2, \dots, w_{n-1}$ las raíces n -ésimas de la unidad. Pruebe que

$$\prod_{i=1}^{n-1} (1 - w_i) = n$$

P4. Se sabe que el polinomio $P(x) = x^4 - 4x^3 + 10x^2 - 12x + 8$ no admite raíces reales y que una de las raíces tiene módulo 2. Determine todas las raíces de $P(x)$