

MA1002 - Cálculo Diferencial e Integral. Semestre 2009-01

Profesor: Raúl Manasevich.

Auxiliares: Sebastián Reyes Rizzo, Víctor Verdugo.

Clase auxiliar 14

24/Junio

P1. a) Analice la convergencia de la siguiente serie, y en caso de ser convergente calcule su valor: $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k(k+1)(k+2)}$

b) Use el criterio de la integral para analizar la convergencia de $\int_1^{\infty} \frac{e^y dy}{y^y}$.

c) Analice la convergencia absoluta y condicional de la serie $\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k \frac{2k+1}{k(k+1)}$

P2. Sea h_n la suma n -ésima de la serie armónica, es decir $h_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$.

a) Pruebe que $h_n - \ln(n+1) < \gamma < h_n - \ln(n)$, donde $\gamma \in \mathbb{R}$ es llamada *constante de Euler*.

b) Concluya que $h_n = \ln(n) + \gamma + \varepsilon_n$, donde $\lim \varepsilon_n = 0$.

P3. *Criterio de condensación de Cauchy.*

Pruebe que si $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ es tal que $x_i \geq x_{i+1}$ y $x_i \geq 0$, $\forall i \in \mathbb{N}$, entonces:

$$\sum_{k=1}^{\infty} x_n < +\infty \Leftrightarrow \sum_{k=1}^{\infty} 2^n x_{2^n} < +\infty$$