

MA1002 - Cálculo Diferencial e Integral. Semestre 2009-01**Profesor:** Raúl Manasevich.**Auxiliares:** Sebastián Reyes Rizzo, Víctor Verdugo.

Clase auxiliar 03

01/Abril

P1. Sea f definida en un entorno de $x_0 \in R$. Llamamos derivada simétrica de f en x_0 al límite, si existe:

$$f'_s(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0 - h)}{2h}$$

- a) Si existen las derivadas laterales $f'(x_0^+)$ y $f'(x_0^-)$, pruebe entonces que existe $f'_s(x_0)$ y hállela.
b) Compruebe que el recíproco de a) no es cierto.

P2. a) Sea $f :] - \pi/2, \pi/2[\rightarrow R$, definida por $f(x) = \tan(x)$. Calcule $(f^{-1})'$.
b) Sea $c \in R$ constante. Calcule la derivada de

$$f(x) = \arctg\left(\frac{x+c}{1-cx}\right),$$

Deduzca de ello que $f(x) = \arctg(x) + \arctg(c)$.

P3. a) Sea $g : R \rightarrow R$ dos veces derivable, con $g'(x) \neq 0 \forall x \in R$, y $f : R \rightarrow R$ definida por $f(x) = \cos(kg(x))$, con $k \in R$ constante. Muestre que

$$f'' - f' \frac{g''}{g'} + (kg')^2 f = 0$$

b) Sea f derivable en x_0 , calcule

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \alpha h) - f(x_0 + \beta h)}{h}$$

donde $\alpha, \beta \in R$

P4. Sea ABC un triángulo de lados a, b y c , que se oponen a los vértices A, B y C respectivamente. Sea $\angle BAC = \alpha$. Pruebe que $\frac{da}{d\alpha} = h_a$, donde h_a es la altura que cae al lado a del triángulo.