

GUÍA DE EJERCICIOS: INTRODUCCIÓN AL CÁLCULO

PROFESOR: RAÚL URIBE
AUXILIAR: CRISTOBAL QUIÑINAO & EMILIO VILCHES

JUEVES 11 DE MAYO DE 2009

P1. Calcule los siguientes límites

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1000x}{x^2-1}$	h) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^2+1}}{x+1}$	$\tilde{n}) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x}-1}$
b) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-5x+1}{3x+7}$	i) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}}$	o) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x+a} - \sqrt{x})$
c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-x+3}{x^3-8x+5}$	j) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3+1}{x^2+1}$	p) $\lim_{x \rightarrow \infty} [\sqrt{x(x+a)} - x]$
d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x+3)^3(3x-2)^2}{x^5+5}$	k) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-3x+2}{x^4-4x+3}$	q) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt[3]{x}-1}$
e) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2-3x-4}{\sqrt{x^4+1}}$	l) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2-(a+1)x+a}{x^3-a^3}$	r) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x + \sqrt[3]{1-x^3})$
f) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+3}{x+\sqrt{x}}$	m) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$	s) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h}$
g) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{10+x\sqrt{x}}$	n) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$	

P2. Usando que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$, calcule los siguientes límites:

a) $\lim_{x \rightarrow \infty} [\ln(2x+1) - \ln(x+2)]$	c) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \right)$
b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+10x)}{x}$	d) $\lim_{x \rightarrow \infty} [\ln(x+1) - \ln x]$

P3. Calcule los siguientes límites

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{ax}-e^{bx}}{x}$	c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1+e^x)}{x}$	f) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1+e^{1/x}}$
b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(1+e^x)}{x}$	d) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$	g) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \ln x}{x^2-1}$
e) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{1+e^{1/x}}$		

P4. Sea $f(x) = \ln \left(\frac{1+x^2}{1-x^2} \right)$

a) Calcule $\lim_{n \rightarrow \infty} f\left(\frac{1}{n}\right)$.	b) Calcule $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 f\left(\frac{1}{n}\right)$.
--	--

P5. Encuentre las asíntotas de la función $f(x) = \ln(1+e^x)$.

P6. Determinar las asíntotas oblicuas hacia $+\infty$ de las funciones

a) $f(x) = \frac{2x^3-3x^2+1}{x^2+2}$.	b) $f(x) = x \ln(e + \frac{1}{x})$.
---	--------------------------------------

P7. Calcule las asíntotas de la función $f(x) = \ln \sqrt{3e^{\frac{x}{2}} - 2}$

P8. Resuelva la ecuación

$$x^{3+2\ln x} = e^{4+\ln(x)}$$

P9. Usando la definición, pruebe que $\lim_{x \rightarrow 0} (x \sin \frac{1}{x}) = 0$.

P10. Si

$$\log_{c+b}(a) + \log_{c-b}(a) = 2 \log_{c+b}(a) \cdot \log_{c-b}(a), \quad c > a > b > 1,$$

demuestre que a, b y c son las magnitudes de los lados de un triángulo rectángulo.

P11. Determine las asíntotas oblicuas hacia $+\infty$ de las funciones

a) $f(x) = x^2 \sin \frac{1}{x}$.

b) $f(x) = 1 + xe^{\frac{1}{x}}$.

P12. Considere la función definida por $f(x) = \frac{x+e^x}{x-e^x}$. Calcule $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. Explique el significado geométrico de estos límites, si existen.

P13. Usando que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$. Calcule los siguientes límites

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{x}$

i) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sin(x+h) - \sin x}{h}$

p) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{\sin 2x}$

j) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{1 - \tan x}$

q) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x}$

c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\pi x}{3\pi x}$

k) $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x}$

r) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan 2x}{\sin 3x}$

d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$

l) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x}$

s) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x^3}{\sin(\pi x)}$

e) $\lim_{n \rightarrow \infty} (n \sin \frac{\pi}{n})$

m) $\lim_{x \rightarrow 1} (1 - x) \tan \frac{\pi x}{2}$

t) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos \frac{\pi x}{2}}{1 - \sqrt{x}}$

f) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a}$

n) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 - \sin \frac{x}{2}}{\pi - x}$

u) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x^2}$

g) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\cos x - \cos a}{x - a}$

$\tilde{n}$) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{1 - 2 \cos x}{\pi - 3x}$

v) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \sin x}}{x}$

h) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\tan(\pi x)}{x + 2}$

o) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos mx - \cos nx}{x^2}$