

# Ejemplo

- Suponga que un trabajo empírico revela que los retornos de los activos se pueden explicar por dos factores  $f_1$  y  $f_2$ . La siguiente tabla muestra los retornos estimados de tres activos, y los cambios en los dos factores. Además  $r_f = 10\%$ . Determinar si existen oportunidades de arbitraje.

Estado de la naturaleza	Probabilidad	Retorno del Activo (%)			Cambio en Factor (%)	
		X	Y	Z	$\delta_1$	$\delta_2$
Muy malo	20%	-55,23	623,99	53,00	-10,00	-5,00
Malo	20%	70,70	10,00	413,37	-5,00	38,48
Promedio	20%	-9,00	25,00	-1493,12	25,00	8,00
Bueno	20%	-12,47	-3771,42	1058,75	40,00	-1,44
Excelente	20%	61,00	3243,44	83,00	50,00	0,00

# Ejemplo

- Los cambios de los factores se han transformado linealmente para cumplir la condición de ortogonalidad:

$$[-10-5 \quad 25 \quad 40 \quad 50] \begin{bmatrix} -5 \\ 38,48 \\ 8 \\ -1,44 \\ 0 \end{bmatrix} = 0$$

- Si solo hay dos factores que gobiernan los retornos de los activos, entonces:

$$E(\tilde{r}_i) = r_f + [\bar{\delta}_1 - r_f] b_{i1} + [\bar{\delta}_2 - r_f] b_{i2}$$

# Ejemplo

## ■ Calculemos $b_{x_1}$ :

$p_i X_i$	$p_i \delta_{1i}$	$p_i (\delta_{1i} - E(\delta_1))^2$	$p_i (X_i - E(X_i)) (\delta_{1i} - E(\delta_1))$
$0,20 (-55,23) = -11,046$	$0,20 (-10) = -2,00$	$0,20 (-10-20)^2 = 180$	$0,20 (-66,23)(-30) = 397,38$
$0,20 (70,70) = 14,140$	$0,20 (-5) = -1,00$	$0,20 (-5-20)^2 = 125$	$0,20 (59,70) (-25) = -298,50$
$0,20 (-9,00) = -1,800$	$0,20 (25) = 5,00$	$0,20 (25-20)^2 = 5$	$0,20 (-20,00) (5) = -20,00$
$0,20 (-12,47) = -2,494$	$0,20 (40) = 8,00$	$0,20 (40-20)^2 = 80$	$0,20 (-23,47) (20) = -93,98$
$0,20 (-61,00) = 12,200$	$0,20 (50) = 10,00$	$0,20 (50-20)^2 = 180$	$0,20 (50,00) (30) = 300,00$
$E(r_x) = 11,000$	$E(\delta_1) = 20,00$	$VAR(\delta_1) = 570$	$COV(X, \delta_1) = 285,00$

## ■ Luego:

$$b_{x_1} = \frac{COV(X, \delta_1)}{VAR(\delta_1)} = \frac{285,0}{570,0} = 0,5$$

# Ejemplo

- Repitiendo el cálculo para los otros factores, llegamos a los siguientes resultados:

Activo	E (r <sub>i</sub> )	b <sub>i1</sub>	b <sub>i2</sub>
X	11%	0,5	2,0
Y	25%	1,0	1,5
Z	23%	1,5	1,0
	E(δ <sub>1</sub> ) = 20%		
	E(δ <sub>2</sub> ) = 8%		

- Luego, en equilibrio, aplicando el modelo del APT:

$$E(r_x) = 0,10 + [0,20 - 0,10]0,5 + [0,08 - 0,10]2,0 = 11\%$$

$$E(r_y) = 0,10 + [0,20 - 0,10]1,0 + [0,08 - 0,10]1,5 = 17\%$$

$$E(r_z) = 0,10 + [0,20 - 0,10]1,5 + [0,08 - 0,10]1,0 = 23\%$$

# Ejemplo

---

- Existe una oportunidad de arbitraje en el activo Y, por cuanto su rentabilidad proyectada (25%) es superior a su rentabilidad de equilibrio calculada con el APT (17%).
- Para aprovechar esta oportunidad de arbitraje, vendo los activos X y Z, y compro activo Y.

# Implementación del APT

---

- **La implementación del APT requiere tres etapas:**
  - Identificación de los factores
  - Estimación de los  $b_{iK}$
  - Estimación del premio por riesgo de cada factor