INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS UNIVERSIDAD DE CHILE fcfm

IN56A – Finanzas I
5 de Mayo de 2008
Profesor: Andrés Liberman B.
Auxiliares: Matías Goldsmith
Camilo Vio

Control #2 - solución

2:00 horas
Sin apuntes

1. Suponga que en una economía existen solamente dos acciones, Cencosud y D&S. Usted observa la matriz de varianzas y covarianzas y los retornos esperados de las acciones de Cencosud y D&S, de acuerdo a lo que se muestra a continuación:

Matriz de Var-Covar		
Activo	**Cenc**	**D&S**
Cenc	0,2	0,057
D&S	0,057	0,1

Retornos Esperados	
Cenc	20%
D&S	14%

   a. Encuentre una cartera A que se componga de ambas acciones y que tenga una rentabilidad esperada de un 18%. Calcule su varianza. (1 punto)

SOL:

$$r_A = w_{Cenc} \cdot r_{Cenc} + (1 - w_{Cenc}) \cdot r_{D\&S} = 18\% \Rightarrow w_{Cenc} = \frac{18\% - r_{D\&S}}{r_{Cenc} - r_{D\&S}} = 66{,}7\%$$

$$\Rightarrow \sigma_A^2 = w_{Cenc}^2 \cdot \sigma_{Cenc}^2 + (1 - w_{Cenc})^2 \cdot \sigma_{D\&S}^2 + 2 \cdot w_{Cenc} \cdot (1 - w_{Cenc}) \cdot \sigma_{Cenc-D\&S} = 0{,}13$$

$$\Rightarrow \sigma_A = 35{,}4\%$$

   b. Suponga que la cartera de mercado renta un 18%. ¿Cuál es la fórmula de la Línea de Mercado de Capitales de esta economía? Grafique la frontera de mínima varianza. (2,5 puntos)

SOL:
La LMC tiene la siguiente fórmula

$$r(\sigma) = r_f + \left[\frac{r_M - r_f}{\sigma_M}\right] \cdot \sigma$$

Donde y son la rentabilidad y desviación estándar respectivamente del portafolio tangente de la LMC y la frontera de mínima varianza. Necesitamos pues encontrar la rentabilidad del activo libre de riesgo. Para ello notamos que en el punto M, la recta LMC es tangente a la frontera de mínima varianza. Es decir,

$$\frac{\partial r_{portafolio}}{\partial \sigma_{portafolio}} = \frac{\partial r_{portafolio} / \partial w_{Cenc}}{\partial \sigma_{portafolio} / \partial w_{Cenc}}$$

Para simplificar el cálculo:

$$\frac{\partial \sigma^2_{portfolio}}{\partial w} = 2\sigma_{portfolio} \cdot \frac{\partial \sigma_{portfolio}}{\partial w}$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \sigma_{portfolio}}{\partial w} = \frac{1}{2\sigma_{portfolio}} \cdot \frac{\partial \sigma^2_{portfolio}}{\partial w}$$

De donde:

$$\frac{\partial r_{portafolio}}{\partial \sigma_{portafolio}} = \frac{\partial r_{portafolio} / \partial w_{Cenc}}{\partial \sigma_{portafolio} / \partial w_{Cenc}} = \frac{\partial r_{portafolio} / \partial w_{Cenc}}{\partial \sigma^2_{portfolio} / \partial w_{Cenc}} \cdot 2 \cdot \sigma_{portfolio}$$

$$= \frac{(r_{Cenc} - r_{D\&S}) \cdot 2\sigma_{portfolio}}{2 \cdot w_{Cenc} \cdot \sigma^2_{Cenc} - 2 \cdot (1 - w_{Cenc}) \cdot \sigma^2_{D\&S} + 2 \cdot (1 - w_{Cenc}) \cdot \sigma_{Cenc-D\&S} - 2 \cdot w_{Cenc} \cdot \sigma_{Cenc-D\&S}}$$

$$\frac{\partial r_{portafolio}}{\partial \sigma_{portafolio}} = \frac{(20\% - 14\%) \cdot 2 \cdot 35{,}4\%}{2 \cdot 67\% \cdot 0{,}2 - 2 \cdot 33\% \cdot 0{,}1 + 2 \cdot 33\% \cdot 0{,}057 - 2 \cdot 67\% \cdot 0{,}057} = 0{,}262$$

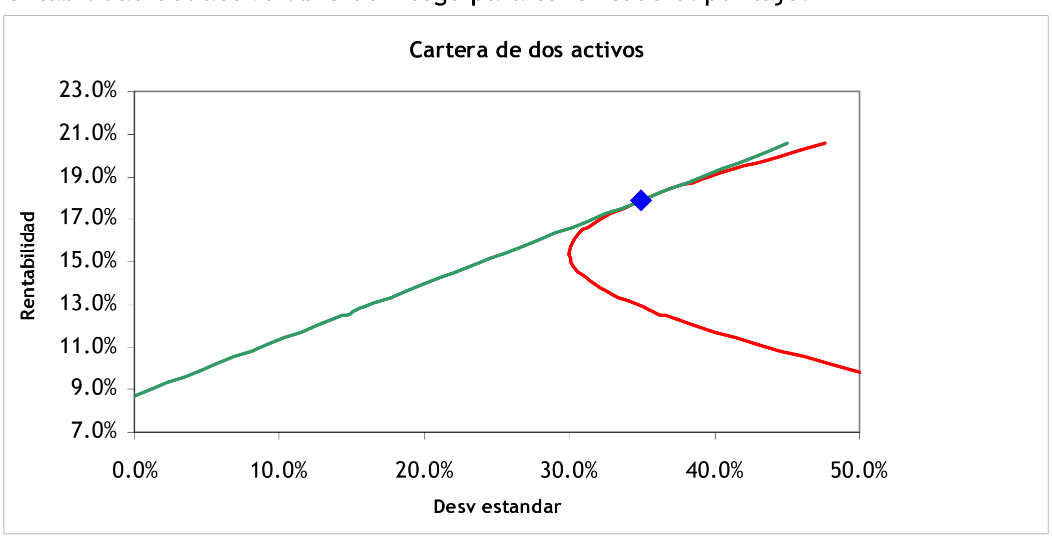
$$\Rightarrow \frac{r_M - r_f}{\sigma_M} = 0{,}262 \Rightarrow r_f = r_M - 0{,}262 \cdot \sigma_M = 8{,}72\%$$

Nota: se puede derivar todo obteniendo r en función de la volatilidad para la frontera y derivando, puede ser más directo.

Finalmente, la LMC es

$$r = r_f + \sigma \cdot 0{,}262$$

El gráfico debe tener la frontera de activos riesgosos (linea roja), el punto M y la rentabilidad del activo libre de riesgo para tener todo el puntaje.



c. Considere dos inversionistas que seleccionan su portafolio de inversión en base a la frontera de mínima varianza antes desarrollada. Construya dos portafolios de inversión B y C, considerando que B espera una rentabilidad del 15% y C espera una rentabilidad del 25%, y calcule sus volatilidades. ¿Cuánto invierten en acciones de Cencosud y de D&S respectivamente ambos inversionistas? (2,5 puntos)

SOL: Simplemente aplicamos la fórmula de la LMC y cuidamos que la rentabilidad esperada de B sea menor a la de C. Por ejemplo, suponemos que B renta 15% y C renta 25%. En ese caso

$$r = r_f + \sigma \cdot 0{,}262 \Rightarrow \sigma_B = \frac{r - r_f}{0{,}262} \Rightarrow \sigma_B = 24.0\%$$

$$\Rightarrow \sigma_c = 62.1\%$$

Para calcular cuánto invierten en Cencosud y en D&S, vemos primero cuánto tienen en el activo de mercado y en el activo libre de riesgo:

$$r_B = w_B \cdot r_M + (1 - w_B) \cdot r_f \Rightarrow w_B = \frac{r_B - r_f}{r_M - r_f} = \frac{15\% - 8{,}72\%}{9{,}28\%} = 67{,}7\%$$

$$w_C = \frac{25\% - 8{,}72\%}{9{,}28\%} = 175{,}4\%$$

Luego, dado que M tiene un 66,7% invertido en Cencosud y un 33,3% invertido en D&S, podemos verificar que

$$w_{B-Cenc} = 67{,}7\% \cdot 66{,}7\% = 45{,}1\%$$

$$w_{B-D\&S} = 67{,}7\% \cdot 33{,}3\% = 22{,}6\%$$

Y

$$w_{C-Cenc} = 175{,}4\% \cdot 66{,}7\% = 116{,}9\%$$

$$w_{C-D\&S} = 175{,}4\% \cdot 33{,}3\% = 58{,}5\%$$

2. Comente las siguientes afirmaciones, indicando si son verdaderas o falsas, o dando el resultado exacto cuando se pide y justifique. No se aceptarán respuestas sin justificación.
   a. Cuando una empresa es liquidada, los tenedores de bonos reciben lo que queda después de pagar todos los pasivos. Esto es lo que se conoce como reclamo residual.

SOL: FALSO, el reclamo residual es una característica de las acciones, no de los bonos, y corresponde a que en un evento de liquidación los accionistas esperan recibir lo que quede de los activos liquidados después del pago de todos los demás pasivos, es decir, del "residuo" de los activos.

   b. El mercado espera que Microsoft gane US$2 por acción el próximo año. Su tasa de re-inversión de utilidades es de 20%, y su ROE es de 45%. El precio actual de la acción es de US$29. Dados los datos anteriores y asumiento que el mercado espera que la rentabilidad y crecimiento se mantendrán en el futuro, ¿cuál debe ser la tasa de descuento de los dividendos de acuerdo al modelo de Gordon?

SOL:

$$P = \frac{DIV_1}{r - g} \Rightarrow r = \frac{DIV_1}{P} + g = \frac{DIV_1}{P} + \alpha \cdot ROE = 14{,}52\%$$

c. Un portafolio eficiente nunca rentará menos que el portafolio de mínima varianza

SOL: Verdadero, esa es la definición de un portafolio eficiente

d. El modelo APT asume que los portafolios con sensibilidad uno a los distintos factores de riesgo y cero al resto

SOL: Falso, APT no hace supuestos sobre la eficiencia de los portafolios con sensibilidad uno a los distintos factores de riesgo y cero al resto

e. Explique la crítica de Roll a los tests empíricos de CAPM

SOL: Roll hace notar que dado que CAPM asume que el portfolio de mercado es eficiente en un sentido media-varianza, testear empíricamente CAPM es equivalente a testear la eficiencia del portafolio de mercado. Así, si el portafolio de mercado es eficiente a priori, por construcción CAPM va a verificarse, mientras que si no es eficiente, no se puede concluír nada.

3. Suponga que el mercado de Renta Variable en Chile está compuesto por sólo 4 acciones. Las varianzas y covarianzas de los retornos de cada uno de estos activos se resumen en la siguiente tabla. MERCADO equivale a una combinación de estos 4 activos, los que conforman el Portafolio de Mercado:

	FALABELLA	**ENDESA**	**RIPLEY**	**COLBUN**	**MERCADO**
FALABELLA	0,078	0,043	0,037	0,021	0,06
ENDESA	0,043	0,089	0,068	0,011	0,080
RIPLEY	0,037	0,068	0,013	0,077	0,050
COLBUN	0,021	0,011	0,077	0,065	0,135
MERCADO	0,06	0,080	0,050	0,135	0,300

Además de la presencia de instrumentos de renta variable, el Banco Central emite diferentes tipos de bonos. La siguiente tabla muestra el valor de la TIR (anual) de cada uno de ellos:

BCP (Bono en Pesos)	9%
BCD (Bono en Dólares)	6%
BCU (Bono en UF)	3%

Un prestigioso equipo de analistas ha determinado que el Portafolio de Mercado tiene una rentabilidad esperada de 14% (anual en pesos).

a. Utilizando el modelo CAPM, calcule el retorno esperado de un portafolio (PORTAFOLIO A) que invierte una 20% en Renta Fija y el resto en instrumentos de Retail (consumo – 40% en cada acción de retail). Calcule la volatilidad de ese portafolio.

$$r_i = r_f + \beta_i(r_m - r_f)$$

$$\beta_A = \frac{cov(A,M)}{var(M)} = \frac{cov\left(0{,}2 \cdot r_f + 0{,}4 \cdot r_{fal} + 0{,}4 \cdot r_{rip}\right)}{var(M)}$$
$$= \frac{0{,}4 \cdot cov\left(r_{fal}, r_m\right) + 0{,}4 \cdot cov\left(r_{rip}, r_m\right)}{var(M)}$$

$$\beta_A = \frac{0{,}4 \cdot 0{,}06 + 0{,}4 \cdot 0{,}05}{0{,}3} = 0{,}147$$

Se debe usar $r_f = 9\%$ dado que los retornos y volatilidades están expresadas en pesos. Se puede suponer que los instrumentos emitidos por el Banco Central están libre de riesgo (No considera riesgo de tasas)

$$r_A = r_f + \beta_A(r_m - r_f) = 9\% + 0,147(14\% - 9\%) = 9,74\%$$

$$var(A) = 0,4^2 \cdot var(r_{fal}) + 0,4^2 \cdot var(r_{rip}) + 2 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot cov(r_{fal}, r_{rip}) = 0,0264$$

$$\sigma_A = \sqrt{var(A)} = 16,25\%$$

b. Suponga ahora un portafolio sólo constituido por instrumentos del sector eléctrico. Determine la volatilidad de esta cartera (PORTAFOLIO B) si desea minimizar el riesgo. Usando CAPM, calcule el retorno esperado de ese portafolio.

Utilizando la fórmula para una cartera de mínima varianza de dos activos:

$$w_{end} = \frac{var(r_{col}) - cov(r_{end}, r_{col})}{var(r_{end}) + var(r_{col}) - 2cov(r_{end}, r_{col})}$$

$$w_{end} = \frac{0,065 - 0,011}{0,089 + 0,065 + 2 \cdot 0,011} = 0,409$$

$$w_{col} = 1 - w_{end} = 0,591$$

$$var(B) = 0,409^2 \cdot 0,089 + 0,591^2 \cdot 0,065 + 2 \cdot 0,409 \cdot 0,591 \cdot 0,011 = 0,04289$$

$$\sigma_B = \sqrt{var(B)} = 20,71\%$$

$$\beta_B = \frac{cov(0,409 \cdot r_{end} + 0,591 \cdot r_{col})}{var(M)} = \frac{0,409 \cdot cov(r_{end}, r_m) + 0,591 \cdot cov(r_{col}, r_m)}{var(M)}$$

$$\beta_B = \frac{0,409 \cdot 0,08 + 0,591 \cdot 0,135}{0,3} = 0,375$$

$$r_B = 9\% + 0,375 \cdot (14\% - 9\%) = 10,88\%$$

c. Calcule los beta del PORTAFOLIO A y PORTAFOLIO B basándose en sus cálculos anteriores. ¿Es posible encontrar un tercer portafolio (PORTAFOLIO C) constituido por los dos anteriores cuya sensibilidad a a la prima por riesgo de mercado sea nula?

Dada la modalidad de resolución de las partes anteriores el valor de los betas ya se tiene.

La sensibilidad del Portafolio C sea nula es equivalente a decir que su beta sea cero. Debemos encontrar w_A y w_B que cumplan:

$$w_A\beta_A + w_B\beta_B = 0$$

Además se cumple que,

$$w_A + w_B = 1$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones,

$$w_A = \frac{-\beta_B}{\beta_A - \beta_B} = \frac{-0{,}375}{0{,}147 - 0{,}375} = 1{,}645$$

$$w_B = 1 - w_A = 1 - 1{,}645 = -0{,}645$$

Luego, un Portafolio C si se construye vendiendo 0,645 del Portafolio B y comprando 1,645 del Portafolio A. De esta manera el comportamiento del mercado no influye en el comportamiento del Portafolio C.

d. Suponga ahora que se cumple un modelo APT, donde además de la sensibilidad que tienen los instrumentos con el comportamiento del mercado existe una dependencia con respecto al precio del Gas Natural. La sensibilidad a este factor para ENDESA es de -1 y para COLBUN es de 2. El premio por riesgo ante este factor es de un 6%. Encuentre un portafolio sólo compuesto por acciones del sector eléctrico (PORTAFOLIO D) cuyo comportamiento no dependa del precio del Gas Natural. ¿Cuál es la rentabilidad esperada del PORTAFOLIO D?

$$-1 \cdot w_{end} + 2 \cdot w_{colb} = 0$$
$$w_{end} + w_{col} = 1$$

Despejando el sistema de ecuaciones se tiene,

$$w_{end} = \frac{2}{3} = 0{,}667$$
$$w_{col} = 1 - w_{end} = \frac{1}{3} = 0{,}333$$

El premio por riesgo asociado al factor del comportamiento del mercado está dado por

$$r_m - r_f = 0{,}14 - 0{,}09 = 0{,}05$$

El premio por riesgo total del Portafolio D está dado por:

$$r_d = r_f + 0 \cdot 6\% + \beta_D \cdot (14\% - 9\%)$$

$$\beta_D = \frac{cov(0{,}667 \cdot r_{end} + 0{,}333 \cdot r_{col}, r_m)}{var(r_m)}$$
$$= \frac{0{,}667 \cdot cov(r_{end}, r_m) + 0{,}333 \cdot cov(r_{col}, r_m)}{var(r_m)}$$
$$\beta_D = \frac{0{,}667 \cdot 0{,}08 + 0{,}333 \cdot 0{,}135}{0{,}3} = 0{,}328$$
$$r_d = 9\% + 0{,}328 \cdot (14\% - 9\%) = 10{,}64\%$$

El premio por riesgo entonces es:

$$r_d - r_f = 10{,}64\% - 9\% = 1{,}64\%$$