INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

Curso: IN56A-1
Semestre: Primavera 2008
Profesores: Gonzalo Maturana
Jorge Montecinos
Prof. Auxiliar: Rodrigo Moser

CONTROL Nº 2

Tiempo: 90 min.

Problema 1

Comente o responda las siguientes preguntas:

a) ¿Qué se podría inferir de una acción que tiene un alto ratio P/U?

b) Suponga que una empresa acaba de anunciar un aumento en sus utilidades anuales sin embargo el precio de su acción cayó después del anuncio. ¿Es esto irracional?

c) Demuestre que en un mercado donde se transan N activos, si se tiene una cartera donde se invierte 1/N en cada activo, su riesgo está acotado por la covarianza promedio de los instrumentos.

d) ¿Cuáles son los dos principales supuestos del APT? ¿Cómo se diferencian con los del modelo CAPM?

En relación a las exposiciones efectuadas en clases responda las siguientes preguntas:

e) ¿Cómo estimaría la inflación que el mercado espera hoy para un plazo de 5 años más? Sea específico.

f) ¿Qué factores consideraría usted al momento de proponerle a un inversionista una cartera de inversión?

Problema 2

Suponga que existe un fondo mutuo cuyo retorno esperado es de 15%. El fondo mutuo no está perfectamente diversificado. De hecho, estimaciones le indican que la volatilidad asociada al riesgo no sistemático del portafolio es de 5%. La rentabilidad del activo libre de riesgo es de 8%. Por otro lado, el retorno esperado del portafolio de mercado es de 13% y su volatilidad es de 20%. Todas las rentabilidades son anuales y nominales.

a) Calcule el beta del fondo mutuo. ¿Qué interpretación le da usted a este parámetro?
b) ¿Cuál es la volatilidad del fondo mutuo?
c) Determine el coeficiente de correlación de los retornos del fondo con los retornos del mercado.

Suponga ahora que usted cuenta con $10.000.000, los que solamente puede invertir en el fondo mutuo y el activo libre de riesgo.

d) ¿Cuál sería su cartera de inversión le exigen tener un beta de mercado de 0,8?
e) ¿Qué volatilidad y retorno esperado tendría la cartera anterior?

Un indicador muy utilizado en el manejo de carteras de inversión es el Sharpe Ratio. Éste se define como el premio por riesgo de la cartera por unidad de riesgo, es decir:

$$SR_i = \frac{\left(\overline{R}_i - R_F\right)}{\sigma_i}$$

f) ¿Qué Sharpe Ratio tendría la cartera elegida en d)? ¿Es este mayor o menor al SR de la cartera de mercado? ¿A qué se debería la diferencia?

Problema 3

Suponga que necesita recibir los siguientes pagos en euros: 250, 500 y 550 respectivamente, al final de los períodos 1, 2 y 3 (en años). Para ello se dispone de los siguientes instrumentos:

TIPO	PRECIO	Flujo 1	Flujo 2	Flujo 3
A	95	5	105	-
B	100	10	10	110
C	92	100	-	-

a) Encuentre una cartera, formada por los activos que aparecen, que se acople a dichos pagos. ¿Cuál es el costo de esa cartera?

Suponga ahora que existen activos con los siguientes rendimientos anuales, y que tiene una cartera P con los siguientes pesos:

Activo	Rendimiento Esperado	Peso
A'	10%	-50%
B'	18%	70%
C'	29%	80%

Matriz Varianza-Covarianza:

	A'	B'	C'
A'	0,04	0,01	0,02
B'	0,01	0,09	0,01
C'	0,02	0,01	0,16

b) Calcule la varianza de esta cartera y de la cartera de mínima varianza ($w_1 = 65{,}1\%$; $w_2 = 25{,}6\%$; $w_3 = 9{,}3\%$). ¿Son iguales? ¿Era esperable este resultado?

c) Suponga que la cartera P antes mencionada es la cartera óptima de mercado, y existe un instrumento libre de riesgo que rinde un 7% anual. ¿Cuál será la LMC? Determine el riesgo de invertir con un retorno esperado del 15%.

INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

Curso: IN56A-1
Semestre: Primavera 2008
Profesores: Gonzalo Maturana
Jorge Montecinos
Prof. Auxiliar: Rodrigo Moser

PAUTA

Problema 1

a) Un alto ratio P/U puede deberse a que el mercado juzga que el valor presente de las oportunidades de crecimiento (VPOC) es alto. Lo anterior se traduce en que la acción tendría un menor riesgo, lo que implica una menor tasa de descuento o retorno esperado.

b) Lo relevante son los resultados de la empresa con respecto a las expectativas del mercado (el precio de la acción depende de esas expectativas). Si el anuncio esta por debajo de lo que esperaba el mercado entonces el precio previo al anuncio estaba muy alto. Por lo tanto, una baja en el precio de la acción después de un anuncio de un aumento en las utilidades puede ser perfectamente racional.

c) Si se construye una cartera con N activos, donde se invierte $\frac{1}{N}$ en cada activo, la varianza de la cartera queda dada por:

$$\sigma_c^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_i \sigma_j = (\frac{1}{N})^2 \sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 + (\frac{1}{N})^2 \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \sigma_{ij} (\forall i \neq j)$$

$$= (\frac{1}{N})^2 \sum_{i=1}^{n} \sigma_i^2 + \frac{1}{N^2}(N^2 - N) COVprom$$

Luego, si N es grande, $\sigma_c^2 \rightarrow COVprom$

d) El APT tiene dos supuestos principales. Estos son que no existen oportunidades de arbitraje y que el universo de activos es suficientemente grande.
Los principales supuestos del modelo CAPM, por otro lado, son que la cartera de mercado es eficiente en términos de media-varianza y que ésta es observable. Además, supone que los retornos se distribuyen conjuntamente normales.

e) La inflación que el mercado espera para un plazo de 5 años está implícita en los bonos de gobierno. Ésta se podría estimar a partir de la resta entre la tasa de un bono BCP y la tasa de un bono BCU (ambos con duración de 5 años).

f) Factores que se pueden considerar:

- **a. Objetivo y propósito de la inversión (búsqueda de ganancias, cobertura de obligaciones, etc.)**
- **b. Plazo u horizonte de la inversión**
- **c. Perfil del inversionista (grado de aversión al riesgo)**
- **d. Necesidades de liquidez**
- **e. Restricciones particulares del cliente (ej: deseo de no estar expuesto a un sector)**

INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

Curso: IN56A-1
Semestre: Primavera 2008
Profesores: Gonzalo Maturana
Jorge Montecinos
Prof. Auxiliar: Rodrigo Moser

Problema 2

$$\bar{r}_{FM} = 15\% \; ; \; \bar{r}_m = 15\% \; ; \; r_f = 8\% \; ; \; \sigma_m = 20\% \; ; \; \sigma_\varepsilon = 5\%$$

a)

Del Modelo CAPM

$$\bar{r}_{FM} = r_f + \beta_{FM}(\bar{r}_m - r_f)$$
$$\beta_{FM} = \frac{\bar{r}_{FM} - r_f}{\bar{r}_m - r_f} = \frac{0,15 - 0,08}{0,13 - 0,08}$$
$$\Rightarrow \beta_{FM} = 1,4$$

El parámetro β es una medida estandarizada de la covarianza del fondo mutuo con la cartera de mercado. En este caso, si el mercado sube un 1%, el fondo mutuo debiera subir 1,4%.

b)

Sabemos que:

$$\sigma_{FM}^2 = \beta_{FM}^2 \cdot \sigma_m^2 + \sigma_\varepsilon^2$$
$$\Rightarrow \sigma_{FM} = \sqrt{\beta_{FM}^2 \cdot \sigma_m^2 + \sigma_\varepsilon^2}$$

$$\Rightarrow \sigma_{FM} = \sqrt{1,4^2 \cdot 0,2^2 + 0,05^2}$$
$$\sigma_{FM} = 28,4\%$$

c)

$$\beta_{FM} = \frac{\sigma_m \cdot \sigma_{FM} \cdot \rho}{\sigma_m^2} = \frac{\sigma_{FM} \cdot \rho}{\sigma_m}$$
$$\Rightarrow \rho = \frac{\beta_{FM} \cdot \sigma_m}{\sigma_{FM}} = \frac{1,4 \cdot 0,2}{0,284}$$
$$\Rightarrow \rho = 0,99$$

d)

$$\beta_{objetivo} = w_{FM}.\beta_{FM} + w_f.\beta_f \quad , donde \; \beta_f = 0$$
$$\Rightarrow w_{FM} = \frac{\beta_{objetivo}}{\beta_{FM}} = \frac{0,8}{1,4} = 0,5714$$
$$\Rightarrow Inversión \; FM = \$5.714.000$$
$$Inversión \; Libre \; de \; Riesgo = \$10.000.000 - \$5.714.000 = \$4.286.000$$

e)

$$w_{FM} = 57,14\% \; ; \; w_f = 42,86\%$$
$$\bar{r}_{cartera} = w_{FM}.r_{FM} + w_f.r_f = 0,5714 \cdot 0,15 + 0,4286 \cdot 0,08$$
$$\Rightarrow \bar{r}_{cartera} = 11,9998\%$$

La volatilidad se puede calcular:

$$\sigma_c^2 = w_{FM}^2\sigma_{FM}^2 + w_f^2\sigma_f^2 + 2w_{FM}w_f cov(FM, f) \; , con \; \sigma_f^2 = cov(FM, f) = 0$$

$$\sigma_c = w_{FM}\sigma_{FM} = 16{,}252\%$$

NOTA: también es posible calcularlo utilizando la LMC.

f)

$$\boldsymbol{SR = \frac{(R_C - R_F)}{\sigma_c} = \frac{0{,}119998 - 0{,}08}{0{,}16252}}$$
$$\boldsymbol{\Rightarrow SR_C = 0{,}2461}$$
$$\boldsymbol{SR_{mercado} = \frac{0{,}13 - 0{,}08}{0{,}2} = 0{,}25}$$

El SR de la cartera de mercado es mayor (no es necesario que lo calculen, es intuitivo). La diferencia se debe a que el portafolio de mercado es eficiente, mientras que el FM no lo es $(\boldsymbol{\sigma_\varepsilon \neq 0})$

Problema 3

a)

Se resuelve un sistema de 3x3:

$$\boldsymbol{5a + 10b + 100c = 250}$$
$$\boldsymbol{105a + 10b + 0c = 500}$$
$$\boldsymbol{0a + 110b + c = 550}$$

Así, $\boldsymbol{a = 4{,}3\ ; b = 5\ ; c = 1{,}79}$**.**

El costo, entonces, es:

$$\boldsymbol{Costo = 4{,}3 \cdot 95 + 5 \cdot 100 + 1{,}79 \cdot 92}$$
$$\boldsymbol{Costo = \$1.073{,}18}$$

b)

$$\boldsymbol{\sigma_P^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + w_3^2\sigma_3^2 + 2\sigma_1\sigma_2 w_1 w_2 \rho_{12} + 2\sigma_1\sigma_3 w_1 w_3 \rho_{13} + 2\sigma_2\sigma_3 w_2 w_3 \rho_{23}}$$
$$\boldsymbol{\sigma_P^2 = 0{,}04 \cdot (-0{,}5)^2 + 0{,}09 \cdot 0{,}7^2 + 0{,}16 \cdot 0{,}8^2 + 2 \cdot -0{,}5 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}01 + 2 \cdot 0{,}5 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}02 + 2 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}01}$$
$$\boldsymbol{\sigma_P^2 = 0{,}1447}$$
$$\boldsymbol{\sigma_{MinVar}^2 = 0{,}04 \cdot (0{,}651)^2 + 0{,}09 \cdot 0{,}256^2 + 0{,}16 \cdot 0{,}093^2 + 2 \cdot 0{,}651 \cdot 0{,}256 \cdot 0{,}01 + 2 \cdot 0{,}651 \cdot 0{,}093 \cdot 0{,}02 + 2 \cdot 0{,}256 \cdot 0{,}093 \cdot 0{,}01}$$
$$\boldsymbol{\sigma_{MinVar}^2 = 0{,}0305}$$

Evidentemente no son iguales. Era esperable que no lo fueran, ya que con pesos distintos, la rentabilidad cambia, y si existiera una cartera con mínima varianza y con mayor rentabilidad que la cartera de mínima varianza, sería posible arbitrar.

c)

El rendimiento de la cartera de mercado es:

$$\boldsymbol{r_m = -0{,}5 \cdot 10\% + 0{,}7 \cdot 18\% + 0{,}8 \cdot 29\%}$$
$$\boldsymbol{r_m = 30{,}8\%}$$

Y la volatilidad del mercado es:

$$\sigma_m = \sqrt{\sigma_P^2} \quad = 38,04\%$$

Así, la LMC queda descrita por:

$$r = \frac{30,8\% - 7\%}{38,04\%}\,\sigma + 7\%$$
$$r = 0,62\,\sigma + 7\%$$

De esta forma, si se quiere invertir a un 15% de rentabilidad, el riesgo será:

$$r = 15\% = 0,62\,\sigma + 7\%$$
$$\Rightarrow\ \sigma = 12,9\%$$