INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

Curso: IN56A-2
Semestre: Otoño 2009
Profesor: Gonzalo Maturana

CTP Nº 3

Tiempo: 35 min.

Problema 1 (3 puntos)

Si la volatilidad del retorno logarítmico diario del la acción A es de 1,2% y la tendencia media diaria puede suponerse igual a cero, estime un intervalo de confianza al 95,4% para el precio de la acción A en 30 días más. El precio de la acción hoy es de $1.250.

<u>Hint:</u> Recordar que si x es una variable aleatoria que se distribuye normal con media μ_x y varianza σ_x^2 entonces $P(\mu_X - 2\cdot\sigma_X < X < \mu_X + 2\cdot\sigma_X) = 0{,}954$. Haga los supuestos que estime convenientes.

Solución:

Tenemos la volatilidad diaria. Suponiendo independencia de la volatilidad:

$$\sigma_{mensual} = \sqrt{30} * \sigma_{diaria} = \sqrt{30} * 1{,}2\% = 6{,}57\%$$

Como la tendencia de la acción es 0, entonces el valor esperado del retorno es también 0.

Ocupando ahora la indicación, y recordando que el retorno logarítmico mensual lo podemos escribir como:

$$\tilde{R}_{t+30} = \ln\left(\frac{\tilde{P}_{t+30}}{P_t}\right)$$

Entonces el intervalo de confianza para el retorno queda:

$$-2*0.0657 \leq \ln\left(\frac{\tilde{P}_{t+30}}{P_t}\right) \leq 2*0.0657,$$

$$P_t e^{-2*6{,}57\%} \leq \tilde{P}_{t+30} \leq P_t e^{2*6{,}57\%}$$

Reemplazando Pt = $1.250 llegamos a que:

$$1096{,}08 \leq Pt+30 \leq 1425{,}52$$

Problema 2 (3 puntos)

Suponga un mercado en el que se transan dos activos: activo A y activo B. Suponga además que ambos activos tienen correlación distinta de cero.

a) Demuestre que la cartera de mínima varianza cumple con que **(1,5 puntos)**:

$$w_A = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_{AB}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\sigma_{AB}}$$

Ahora, considere que los activos tienen los siguientes retornos y volatilidades:

	Activo A	Activo B
$E(retorno)$	8%	12%

	A	B
A	$0{,}15^2$	-0,03
B	-0,03	$0{,}20^2$

b) Calcule la rentabilidad de la cartera de mínima varianza y su volatilidad. Indique además, el coeficiente de correlación entre A y B. **(1,5 puntos)**

Respuesta:

a) Ver auxiliar.

b) Como $\rho_{AB} = \frac{\sigma_{AB}}{\sigma_A \cdot \sigma_B}$, se calcula que $\rho_{AB} = -1$. En este caso, sabemos que para el punto de mínima varianza es cero, es decir, $\sigma_{cartera} = 0$.

Utilizando la ecuación demostrada en a), se obtiene que

$$w_A = 57{,}1\%$$
$$w_B = 42{,}9\%$$

Así, la rentabilidad es

$$E(r) = 57{,}1\% \cdot 8\% + 42{,}9\% * 12\%$$
$$E(r) = 9{,}7\%$$