



GUÍA CONTROL # 1

Tasas de interés y Valor Presente

Pregunta 1

Se necesita comprar una camioneta cuyo valor, al contado es de \$7.000.000. La automotora ofrece la posibilidad de financiar esta compra con un plan de 60 cuotas iguales (**5 años**) de \$130.000 c/u, con un pie de \$1.500.000. Adicionalmente se tiene la posibilidad de pedir un préstamo a **tres años** a una financiera, para financiar toda o parte de la compra, con un interés anual de un 15%, pagadero en cuotas mensuales iguales.

- Si mi capacidad de pago mensual máxima es de \$200.000 puedo pedir un préstamo a la financiera y pagar la camioneta al contado?
- Si en la financiera me dan 3 meses de gracia ¿En cuánto varía la cuota necesaria para comprar al contado?.
- Si se dispone del dinero para pagar el pie ¿cuál alternativa conviene?. ¿Cuál es el interés cobrado por la automotora?
- Si NO se dispone del dinero para pagar el pie ¿Existe alguna forma de comprar la camioneta?

Respuesta pregunta 1:

- Supongamos que pido el préstamo por el valor al contado del auto, es decir, por 7,000,000, y luego pago por tres años, mesualmente, el máximo que puedo pagar, es decir, 200,000. Es decir, mi estructura de pagos es la siguiente:



Luego, se debe verificar el valor presente de los pagos de 200.000 por 36 meses sin el valor del préstamo, y compararlo con este valor de 7,000,000.

Esto es:

$$VPN = -\frac{0.2}{(1+r)} - \frac{0.2}{(1+r)^2} - \dots - \frac{0.2}{(1+r)^{36}}$$

donde la tasa anual es 15%, por lo tanto la tasa mensual es $0.15/12=1.25\%$.

Para derivar rápidamente la fórmula de cálculo del VPN, y si por si acaso se les olvida en el control...

$$(1) S = a + a^2 + a^3 + \dots + a^n \quad / \cdot a$$

$$(2) a \cdot S = a^2 + a^3 + \dots + a^{n+1}$$

$$(1) - (2) \Rightarrow S(1-a) = a - a^{n+1}$$

$$\text{luego (3) } S = \frac{a - a^{n+1}}{1-a}$$

Como en este caso, se tiene que $a = 1/1+r$, entonces, reemplazando en la ecuación (3):

$$S = \frac{1}{1+r} \cdot \left[\frac{1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^n}{1 - \frac{1}{1+r}} \right] = \frac{1}{r} \left(1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^n \right)$$

Si se tiene la cuota C, entonces se multiplica por el valor obtenido usando la fórmula anterior, es decir, el valor final si $a=C/a+r$, donde C es la cuota constante a través del tiempo es:

$$S = \frac{C}{r} \left(1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^n \right)$$

En este caso, $n=36$, $r=0.0125$ y $C=200.000$, por lo tanto

$S=5,769,453$. Este valor es inferior a los 7,000,000 del préstamo, y por lo tanto no se alcanza a cubrir el valor del préstamo. Otra forma de ver esto es calcular el valor que debe tener la cuota mensual C de manera de pagar un préstamo de 7,000,000 al 15% de interés anual.

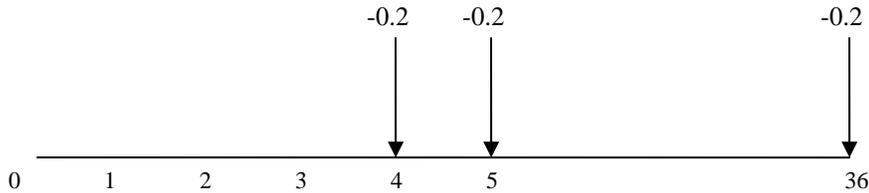
Osea, hacemos:

$$7,000,000 = \frac{C}{r} \left(1 - \left(\frac{1}{1+r}\right)^n \right)$$

de donde se despeja que $C=242,657$, que es superior al monto máximo que puedo pagar mensualmente. Por ende no puedo pedir un préstamo y pagar la camioneta al contado.

b) Con tres meses de gracia, ¿cuánto aumenta la cuota?

Primero, veamos la estructura de flujos:



Noten que calcular el flujo teniendo un período de tres meses de gracia (desde el período $k=4$) es lo mismo que tener dos flujos, uno desde ahora al período tres ($k-1$) y otro desde ahora hasta el período 36 (n), y restar el primero al segundo. Esto es:

$$S_{1 \rightarrow n} = \frac{C}{r} \left(1 - \frac{1}{(1+r)^n} \right)$$

$$S_{1 \rightarrow k-1} = \frac{C}{r} \left(1 - \frac{1}{(1+r)^{k-1}} \right)$$

$$\therefore S_{k \rightarrow n} = S_{1 \rightarrow n} - S_{1 \rightarrow k-1} = \frac{C}{r} \left[\left(\frac{1}{1+r} \right)^{k-1} - \left(\frac{1}{1+r} \right)^n \right]$$

donde k es el período desde donde se empieza apagar (o equivalentemente, $k-1$ son los períodos de gracia).

Reemplazando que $S=7,000,000$, $r=0.0125$, $k=4$ y $n=36$, y despejando C , se tiene que $C=270,054$, o un aumento de 27,396 pesos con respecto al caso anterior.

c) Si se dispone del dinero para pagar el pie, entonces

$$S = 1,500,000 + \frac{130,000}{1+r} + \frac{130,000}{(1+r)^2} + \dots + \frac{130,000}{(1+r)^{60}} = 7,000,000$$

$$\Rightarrow 5,500,000 = 130,000 \cdot \sum_{i=1}^{60} \frac{1}{(1+r)^i} = 130,000 \cdot \left[1 - \frac{1}{(1+r)^{60}} \right]$$

Se debe iterar para encontrar el r , pero parto con 1,25% que es el valor de la otra alternativa. El valor siguiente de r lo obtengo dándome cuenta que si subo r , baja el valor de la suma del VP y vice-versa. De esta manera, se llega a que $r=1.224\%$, que es menor al valor anterior de 1.25%. Por ende, si se tiene el dinero, conviene el plan de la automotora.

En esta pregunta se hacía mención al prepago del préstamo, no lo consideren para responder.

c) Una opción es pedir un préstamo a la financiera a un 15% anual por el valor del pie del crédito de la automotora, y además tomar el crédito de la automotora. En este caso:

$$1,500,000 = \frac{C_1}{(1.0125)} + \frac{C_1}{(1.0125)^2} + \dots + \frac{C_1}{(1.0125)^{36}}$$

para calcular el valor de la cuota a cancelar a la financiera por el préstamo del pie, de donde $C_1=59,998$. Como el valor de la cuota de la automotora es de $C_2=130,000$, se tiene que el valor total de la cuota $C=C_1+C_2=189,998$ es menor que el monto máximo que de 200,000 que puedo pagar mensualmente.

Pregunta 2

Suponga que usted ha invertido USD 1.000.000, y recibe los siguientes flujos:

Período (días)	Flujo
180	250.000
360	1.250.000

- Usando una convención compuesta ACT/360 calcule la TIR anual de su inversión
- Suponga ahora convención lineal de tasas (ACT/360). ¿Cuál es la TIR?
- ¿Qué pasa con la TIR si la convención es ACT/365 compuesta?

Respuesta pregunta 2:

- a) Para calcular la TIR, buscamos la solución de $VP(r^*)=0$.

$$VP = -1.000 + \frac{250}{\left(1 + \frac{r}{\left(1 + \frac{360}{180}\right)}\right)^{\frac{360}{180} \cdot 0,5}} + \frac{250}{\left(1 + \frac{r}{\left(1 + \frac{360}{180}\right)}\right)^{\frac{360}{180} \cdot 1}} = 0$$

$$\Rightarrow 1.000 + 250 \cdot r^2 + 1000 \cdot r - 250 - 125 \cdot r - 250 = 0$$

$$\Rightarrow r = 50\%$$

- b) El VP se calcula como:

$$VP = -1.000 + \frac{250}{\left(1 + \frac{r}{2}\right)} + \frac{1.250}{\left(1 + \frac{2 \cdot r}{2}\right)}$$

$$\Rightarrow TIR = 55,42\%$$

c) En este caso, la composición se calcula como:

$$VP = -1.000 + \frac{250}{\left(1 + \frac{r}{\left(\frac{365}{180}\right)}\right)^{\frac{365 \cdot 180}{180 \cdot 365}}} + \frac{250}{\left(1 + \frac{r}{\left(\frac{365}{180}\right)}\right)^{\frac{365 \cdot 360}{180 \cdot 365}}} = 0$$

De donde, tras buscar el valor por medio de iteraciones se llega a que TIR=50,69%

Pregunta 3

Como ganador de un concurso de cereales para desayuno, usted puede elegir uno de los siguientes premios:

- i) \$100000 ahora
- ii) \$180000 al cabo de 5 años
- iii) \$11400 al año a perpetuidad
- iv) \$19000 durante cada uno de los siguientes 10 años
- v) \$6500 el próximo año y aumentar después un 5% anual durante toda la vida

Si la tasa de interés es de 12 por ciento anual, ¿qué premio escogerá?

Respuesta pregunta 3:

El valor presente de cada alternativa es el siguiente:

i) **\$100 000 hoy**

ii) $\frac{180000}{1.12^5} = \102136.8

iii) $\frac{11400}{0.12} = \$95000$

iv) $\frac{19000}{0.12} \left(1 - \frac{1}{1.12^{10}}\right) = \107354.2

v) $\frac{6500}{0.12 - 0.05} = \92857.1

La alternativa (iv) es la preferida por tener el mayor valor presente.

Pregunta 4

Su hermano más joven ha recurrido a usted para solicitarle su consejo. Él está a punto de ingresar a la universidad y tiene dos opciones disponibles. La primera de ellas consiste en estudiar ingeniería. Si toma esta opción, su grado de licenciatura le costaría US\$12000 al año durante 4 años. Luego de obtener este grado, necesitaría acumular 2 años de experiencia práctica; en el primer año ganaría US\$20000, y en el segundo, US\$ 25000. Entonces necesitaría obtener el grado de magister, el cual le costaría US\$ 15000 al año durante 2 años. Después de ello, estaría totalmente calificado y podría ganar US\$ 40000 al año durante 25 años.

Su otra alternativa consiste en estudiar la carrera de contador auditor. Si él toma esta opción, pagaría US\$ 13000 al año durante 4 años y posteriormente ganaría US\$31000 al año durante 30 años.

El esfuerzo que implican las dos carreras es el mismo, por lo cual su hermano está únicamente interesado en las ganancias que le proporcionen los empleos respectivos. Todos los ingresos y costos se pagan al final del año.

- i) ¿Qué consejo le daría usted si la tasa de interés de mercado es del 5% anual?
- ii) Un día después su hermano regresa y le dice que decidió seguir su consejo, pero, de hecho, la tasa de interés era un 6% anual. ¿Habría hecho su hermano la elección correcta?

Respuesta pregunta 4:

i) Miremos cada carrera por separado:

Ingeniero

$$\text{VPN} = -\frac{12000}{0.05} \left(1 - \frac{1}{1.05^4}\right) + \frac{20000}{1.05^5} + \frac{25000}{1.05^6} - \frac{15000}{1.05^7} - \frac{15000}{1.05^8} + \frac{1}{1.05^8} * \frac{40000}{0.05} \left(1 - \frac{1}{1.05^{25}}\right)$$

= \$352535.15

Contador auditor

$$\text{VPN} = -\frac{13000}{0.05} \left(1 - \frac{1}{1.05^4}\right) + \frac{1}{1.05^4} * \frac{31000}{0.05} \left(1 - \frac{1}{1.05^{30}}\right)$$

= \$345958.2

La carrera de ingeniero tiene un VPN mayor y, por lo tanto, es preferible.

ii) Procedemos de la misma manera que en la parte i), pero ahora utilizamos un 6% como tasa de descuento. Después de hacer los cálculos, se concluye que, después de todo, su hermano tomó una mala decisión:

Ingeniero: VPN = \$292418.3
Contador auditor: VPN = \$292947.73

Pregunta 5

Patricio Oteiza, un chileno que trabaja en una subsidiaria de la empresa americana *Macrohard*, tiene 30 años de edad y su salario anual alcanzará a US\$20 000 (pagadero a finales de año). Patricio prevé que su salario anual crecerá a la tasa del 5% anual hasta la fecha de su jubilación, a los 60 años de edad.

- Si la tasa de descuento es del 8% anual, ¿cuál es el valor presente de sus salarios futuros?
- Si Patricio ahorra 5% de su salario cada año e invierte sus ahorros al 8% anual, ¿cuánto habrá ahorrado a la edad de 60 años?
- Si, una vez jubilado, Patricio desea gastar sus ahorros en cantidades iguales en los 20 años venideros, ¿cuánto debería gastar cada año?

Respuesta pregunta 5:

(a) Al utilizar la fórmula de una anualidad con crecimiento se obtiene:

$$VP(\text{salarios}) = \frac{20000}{0.08 - 0.05} \left(1 - \frac{1.05^{30}}{1.08^{30}} \right) = \text{US\$}380331$$

(b) $VF(\text{ahorros}) = 0.05 * (20\ 000 * 1.08^{29} + 20\ 000 * 1.05 * 1.08^{28} + 20\ 000 * 1.05^2 * 1.08^{27} + \dots + 20\ 000 * 1.05^{29})$

$$= 0.05 * 1.08^{30} \left(\frac{20000}{1.08} + \frac{20000 * 1.05}{1.08^2} + \frac{20000 * 1.05^2}{1.08^3} + \dots + \frac{20000 * 1.05^{29}}{1.08^{30}} \right)$$

$$= 0.05 * 1.08^{30} * VP(\text{salarios}) \\ = \text{US\$}191\ 357$$

(c) $\frac{C}{0.08} \left(1 - \frac{1}{1.08^{20}} \right) = 191357 \quad \Rightarrow C = \text{US\$}19\ 490$