INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

Auxiliar Monopolios 1 IN51A

28 de abril de 2009

P1. Teoría de la firma.

Suponga que la empresa de helados Frescolín desea cambiar el diseño de sus helados y para esto contrata a la empresa Alamín, que produce palitos de helado. Los palitos que Frescolín le pide a Alamín son totalmente diferentes de los usuales, por lo que hay que efectuar inversiones especiales, que no tienen uso alternativo. Suponga que con los nuevos helados, Frescolín obtiene un monopolio en la industria de los helados. La demanda inversa por helados es $q = 1 - p$, y el único costo de producción es el precio pagado a Alamín por los palitos, p_p. A su vez, el costo de producción de los palitos depende de la inversión hundida (no recuperable) I que realiza Alamín, donde el costo por palito es $c = 1 - I^2$.

a) Suponga que Frescolín y Alamín son del mismo holding, que considera la maximización de beneficios de las empresas integradas. Calcule la inversión óptima y la producción óptima (No se preocupe si hay pérdidas).
b) Suponga que las empresas no están integradas. Frescolín es oportunista, por lo que Alamín sabe que después de renegociar, el precio de los palitos terminará siendo la mitad de la diferencia entre el precio de venta de helados y el costo de los palitos (es decir, Frescolín se queda con la mitad del excedente): $p - p_p = p_p - c$. Muestre que la inversión es ineficiente en este caso, por lo que las utilidades totales son necesariamente menores, por lo que hay incentivos a la integración vertical.

Respuesta:

a) La firma maximiza:

$$\max_{q,I} q(1-q) - (1-I^2)q - I$$

Las condiciones de primer orden:

$$1 - 2q - 1 + I^2 = 0$$

$$2Iq - 1 = 0$$

La restricción es activa, $\Rightarrow I = 1, q = \frac{1}{2}$

$$\pi = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right) - 0\frac{1}{2} - 1 = -\frac{3}{4}$$

b) La decisión de la fábrica de helados va a ser elegir el precio, sabiendo el resultado de la negociación por el precio intermedio y sabiendo c.

$$\max_p p(1-p) - p_p(1-p)$$

$$s.a. \quad p_p = \frac{p+c}{2}$$

Equivalentemente,

$$\max_p \; p(1-p) - \frac{(p+c)}{2}(1-p)$$

Derivando e igualando a cero se obtiene:

$$p = \frac{1+c}{2}$$
$$p_p = \frac{1+3c}{4}$$
$$q = \frac{1-c}{2}$$

La firma de palitos, anticipando la elección de la firma de helados, escoge el costo (o, equivalentemente, la inversión).

$$\max_c \frac{(1-c)}{2}\left(\frac{1+3c}{2} - c\right) - \sqrt{1-c}$$

La condición de primer orden es,

$$\frac{-(1-c)}{4} + \frac{1}{\sqrt{1-c}} = 0$$

Esto es estrictamente positivo para $c \in (0,1)$, por lo que no alcanza su máximo dentro del intervalo en el que se mueve la variable de decisión. La decisión óptima es, entonces, $c = 1$, lo que equivale a inversión cero y a que no haya mercado.

P2. Monopolio multiproductos.
Considere un monopolio que produce dos bienes. La demanda por el bien 1 depende sólo de su precio, pero la demanda por el bien 2 cae con las ventas del bien 1. Los costos de producción del bien 1 dependen sólo de su producción, pero los costos del bien 2 aumentan con la producción del bien 1. La forma funcional de la demanda es:

$$p_1 = f(q_1)$$

$$p_2 = g(q_1, q_2)$$

Y la forma funcional de los costos es:

$$c(q_1) = c(q_1)$$

$$c(q_2) = c(q_1 + q_2)$$

a) Encuentre las condiciones de primer orden para el monopolio e interprete sus resultados.

Respuesta:
La firma maximiza

$$\max_{q_1, q_2} \quad q_1 f(q_1) + q_2 g(q_1, q_2) - c(q_1) - c(q_1 + q_2)$$

Las condiciones de primer orden son:

$$f(q_1) + q_1 f'(q_1) + q_2 \frac{\partial g}{\partial q_1}(q_1, q_2) - c'(q_1) - c'(q_1 + q_2) = 0$$
$$g(q_1, q_2) + q_2 \frac{\partial g}{\partial q_2}(q_1, q_2) - c'(q_1 + q_2) = 0$$

Se observa que la decisión de la producción del producto número 1 toma también en cuenta los efectos de la producción sobre las utilidades de 2, tanto por el cambio en la demanda (elasticidad cruzada) como por el cambio en los costos.

b) Considere ahora las siguientes formas funcionales específicas y resuelva en forma explícita para obtener la utilidad del monopolio.

$$p_1 = a - bq_1$$
$$p_2 = a - b(q_1 + q_2)$$

$$c(q_1) = cq_1$$
$$c(q_2) = c(q_1 + q_2)$$

Respuesta:

Reemplazando en las condiciones de primer orden que obtuvimos en la parte anterior:

$$a - bq_1 - bq_1 - bq_2 - 2c = 0$$

$$a - bq_1 - bq_2 - bq_2 - c = 0$$

Agrupando,

$$a - 2bq_1 - bq_2 = 2c$$
$$a - bq_1 - 2bq_2 = c$$

$$q_2 = \frac{a}{3b}$$
$$q_1 = \frac{a - 3c}{3b}$$

$$\pi = \left(a - \frac{a - 3c}{3}\right)\left(\frac{a - 3c}{3b}\right) + \left(a - \frac{2a - 3c}{3}\right)\left(\frac{a}{3b}\right) - c\left(\frac{3a - 6c}{3b}\right)$$

$$= \left(\frac{2a + 3c}{3}\right)\left(\frac{a - 3c}{3b}\right) + \left(\frac{a + 3c}{3}\right)\left(\frac{a}{3b}\right) - c\left(\frac{a - 2c}{b}\right)$$

c) Compare con los beneficios que obtendrían dos monopolios maximizando independientemente, con las mismas demandas y costos, si $a = 4, b = 1, c = 1$.

Los beneficios de la parte anterior, reemplazando en lo obtenido, son:

$$\pi_b = \frac{11}{9} + \frac{28}{9} - \frac{6}{9} = \frac{11}{3}$$

Las firmas, maximizando por separado resolverán:

$$\max_{q_1} \ (4 - q_1)q_1 - q_1$$

$$q_1^* = \frac{3}{2}$$

$$\max_{q_2} \ \left(4 - \frac{3}{2} - q_2\right) q_2 - q_2 - \frac{3}{2}$$

$$q_2^* = \frac{3}{4}$$

$$\pi_1 = \frac{9}{4}$$
$$\pi_2 = \frac{3}{4}$$

P3. Externalidades de red.

Suponga que una empresa ha desarrollado un revolucionario sistema operativo (llamado ROS). La demanda por ROS está sujeta a "externalidades de red", es decir, depende de las cantidades vendidas y por vender. En este caso, esto significa que la demanda en el periodo 1 depende de las ventas esperadas en el periodo 2 y que, además, las ventas del periodo 2 dependen de las ventas del periodo 1 de acuerdo a las siguientes funciones de demanda por periodo:

$$q_1 = 1 - p_1 + \alpha q_2$$

$$q_2 = 1 - p_2 + \alpha q_1$$

Donde $0 < \alpha < 1$. Suponga que los costos son cero. El problema del monopolio es maximizar la suma de las utilidades sobre los dos periodo (suponga que $\delta = 1$). Calcule los precios, cantidades y utilidades de equilibrio. Compare el resultado con el caso de una empresa que maximiza utilidades periodo a periodo y no tome en cuenta las externalidades de red.

Respuesta:

La firma maximiza utilidades:

$$\max_{q_1, q_2} \; (1 - q_1 - \alpha q_2)q_1 + (1 - q_2 - \alpha q_1)q_2$$

CPO:

$$1 - 2q_1 - 2\alpha q_2 = 0$$
$$1 - 2q_2 - 2\alpha q_1 = 0$$

$$q_1^* = q_2^* = \frac{1}{2(1-\alpha)}$$

Si se maximiza en cada periodo por separado, las cantidades serán ambas iguales a $1/2$, lo que entregará un resultado suboptimal. Esto se debe a que la firma no toma en cuenta los efectos de su producción actual en sus ventas futuras y viceversa.

P4. Sucesión de monopolios.

Suponga dos monopolistas sucesivos en una cadena producción-distribución. Suponga que los costos marginales del productor I son constantes e iguales a $c = 2$ y los del distribuidor F son iguales al precio fijado por el productor (que llamaremos w). La función de demanda para el distribuidor está dada por $q(p) = 10 - p$, donde p es el precio fijado por el distribuidor.

a) Calcule precio y cantidad vendida del bien cuando no hay integración vertical entre el productor y el distribuidor.
b) Calcule precio y cantidad vendida del producto cuando el productor integra hacia adelante al distribuidor.
c) Analice gráficamente los incentivos del productor de integrar hacia adelante.
d) Defina el fenómeno de doble marginalización. ¿Resuelve la integración vertical este problema?
e) Analice gráficamente los efectos de la integración vertical sobre el excedente del consumidor.

Respuesta:

a) El distribuidor toma sus decisiones conociendo w.

$$\max_{p} \; p(10-p) - w(10-p)$$

La solución es:

$$p = \frac{10+w}{2}$$

$$q = \frac{10-w}{2}$$

Ahora el productor, sabiendo cómo va a reaccionar el distribuidor (y conociendo la cantidad que se venderá si fija un precio intermedio w), fija el precio intermedio.

$$\max_{w} \; w\left(\frac{10-w}{2}\right) - 2\left(\frac{10-w}{2}\right)$$

La solución es:

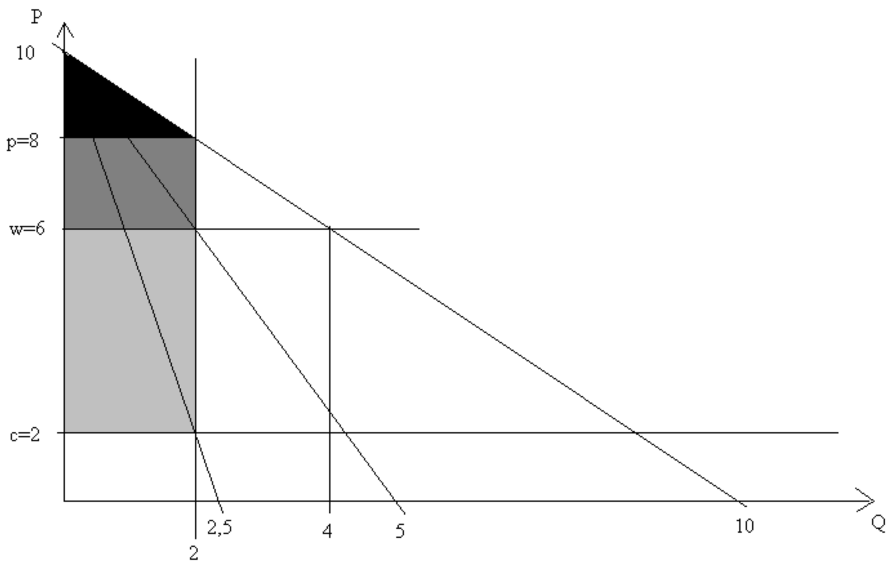
$$w = 6$$
$$p = 8$$
$$q = 2$$

b) En este caso las decisiones se toman como si fuese una sola firma:

$$\max_{p} \; p(10-p) - 2(10-p)$$

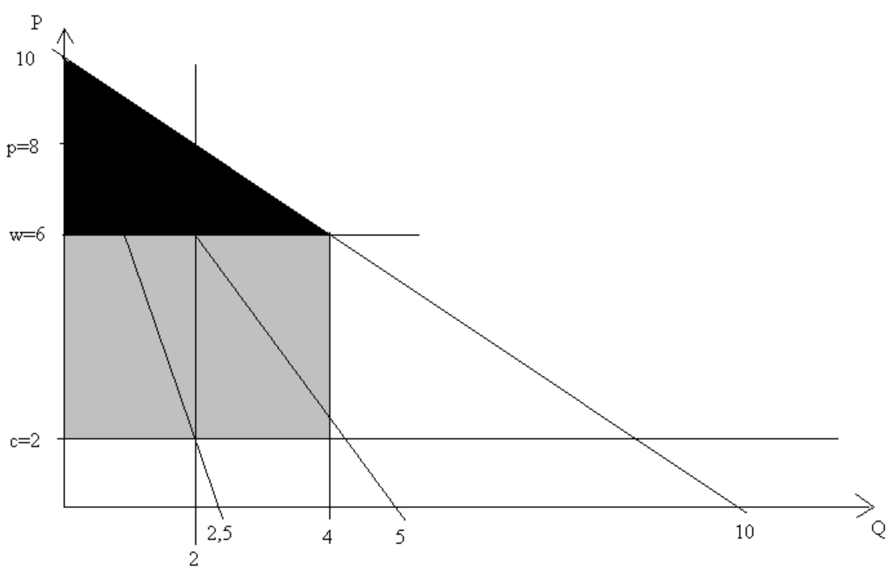
$$p = 6$$
$$q = 4$$

c) En el caso de que haya dos monopolios, las utilidades del productor están dadas por el gris más claro en el gráfico, mientras que las del distribuidor están dadas por el gris más claro.



Las utilidades son $\pi_P = 8$, $\pi_D = 4$.

Si existe integración, las utilidades de la nueva firma son mayores que las de las dos firmas por separado, como se ve en la figura:



En este caso $\pi_I = 16$.

d) La doble marginalización se entiende como el fenómeno que ocurre al haber dos monopolistas que calculan el ingreso marginal para igualarlo con su costo marginal. Esto se ve en la primera figura: la recta descendiente de con menor pendiente (en

valor absoluto) es la demanda del consumidor. El distribuidor calcula el ingreso marginal tomando esa demanda como base y lo iguala a su costo marginal. Hasta acá igual al caso de un solo monopolista. Pero la diferencia es que el productor toma como la curva de demanda el ingreso marginal que calcula el distribuidor (ya que esa es la demanda por bienes al productor), por lo que obtiene una curva aun más cerca del origen que es la que iguala a sus costos marginales.
Esto no sucede cuando las firmas están integradas, ya que calculan sólo el ingreso marginal tomando en cuenta la curva de demanda de los consumidores.

e) Como se observa en las figuras anteriores, el excedente del consumidor crece con integración. Esto sucede por lo explicado en (d).