Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

Auxiliar # 2

IN51A – Economía Industrial

Profesores: Nicolás Figueroa, Ronald Fischer.

Auxiliares: Juan Carlos Hurtado, Manuel Marfán.

Fecha: Martes 24 de Marzo de 2009

Problema 1.

Cournot v/s Stackelberg (en clases)

Problema 2.

Tres oligopolistas operan en un mercado con una demanda inversa dada por $P(Q)=a-Q$, donde $Q=q_1+q_2+q_3$ y q_j es la cantidad producida por la empresa j. Cada empresa tiene un coste marginal de producción constante, c, sin costes fijos. Las empresas escogen sus cantidades de la siguiente manera: (1) la empresa 1 escoge q_1, (2) las empresas 2 y 3 observan q_1 y escogen entonces simultáneamente q_2 y q_3 respectivamente. ¿Cuál es el resultado perfecto en subjuegos?

Problema 3.

Rotten Kid (Becker 1974). Suponga que un padre y un hijo participan en el siguiente juego. Primero el hijo toma una acción A, que resulta en un ingreso para el, $I_h(A)$, y en un ingreso para el padre $I_p(A)$. En segundo lugar el padre observa ambos ingresos y escoge una herencia para dejar al hijo. La ganancia del hijo es $U(I_h + B)$, y la del padre$V(I_p - B) + kU(I_h + B)$.

Suponga A positivo, que las funciones de ingreso son estrictamente cóncavas, con un máximo cada una, que la herencia puede ser positiva o negativa y que las funciones de utilidad son crecientes y estrictamente cóncavas.

Demuestre que el hijo escoge la acción que maximiza el ingreso agregado de la familia, aún cuando solo el padre tiene una función de utilidad de algún modo altruista.

Pauta PREGUNTA 3

Demuestre que el hijo escoge la acción que maximiza el ingreso agregado de la familia, aún cuando sólo el padre tiene una función de utilidad de algún modo altruista.

Respuesta

La estrategia del hijo es la acción A, la estrategia del padres es una función $B(I_h(A), I_p(A))$. Dado esto, para encontrar el SPE hay que ir de atrás hacia adelante. Es decir, primero veamos lo que hace el padre. Dada una acción A, el padre busca el B^* que maximiza su utilidad.

$$max_b V(I_p - B) + kU(I_h + B)$$

Derivando y igualando a cero, la condición que queda es:

$$V'(I_p - B^*) + kU'(I_h + B^*) = 0$$

La función de reacción B depende implícitamente de $I_h(A)$ y $I_p(A)$, que es lo que observa el padre.

Ahora, para calcular el SPE es necesario ver lo que hace el hijo, el maximiza su utilidad, asumiendo que el padre juega B^*:

$$max_A U(I_h(A) + B^*(I_h, I_p))$$

Las condiciones de primero orden quedan:

$$U'(I_h + B^*(I_p, I_h))(I_h' + \frac{\partial B^*}{\partial I_h} I_h' + \frac{\partial B^*}{\partial I_p} I_p') = 0$$

Todo está evaluado en A^*. De la última relación, como $U(.)$ es creciente entonces la derivada es estrictamente mayor que cero. Luego la igualdad que tenemos es:

$$I_h' + \frac{\partial B^*}{\partial I_h} I_h' + \frac{\partial B^*}{\partial I_p} I_p' = 0$$

Ahora veamos la primera ecuación. Si derivamos con respecto a A en esa ecuación, nos queda el siguiente resultado:

$$V''(I_p - B^*)(I_p' - \frac{\partial B^*}{\partial I_h} I_h' - \frac{\partial B^*}{\partial I_p} I_p') + kU''(I_h + B^*)(I_h' + \frac{\partial B^*}{\partial I_h} I_h' + \frac{\partial B^*}{\partial I_p} I_p') = 0$$

Evaluando en A^* y aplicando el resultado anterior queda que:

$$V''(I_p(A^*) - B^*(I_p(A^*), I_h(A^*))(I_p'(A^*) + I_h'(A^*)) = 0$$

Y como $V(.)$ es estrictamente concava, queda que:

$$I_p'(A^*) + I_h'(A^*) = 0$$

Luego el A^* que elige el niño es el mismo que maximiza la suma de los ingresos familiares. Hay que notar que el SPE del juego es:

$$SPE = (A^*, B^*(I_p(A^*), I_h(A^*)))$$