



## Auxiliar Extra: Redes de Colas y Markov con Decisiones

Jueves 9 de Julio de 2009

### Problema 1

Usted, famosísimo ingeniero chileno, ha sido contratado como el nuevo director técnico del club de fútbol más grande del planeta: el **Real Matriz**. Para reforzar la plantilla se han incorporado tres futbolistas de clase mundial: **Orlando**, **Benciná** y **KK**. Convencido por el sistema futbolístico que ha implantando en todos sus equipos anteriores, Ud. sólo alineará a una de estas tres estrellas por partido, dejando a las otras dos en la banca esperando su oportunidad.

El presidente del club, más preocupado de la venta de camisetas y de la imagen que de cualquier otra cosa, le exige que la alineación del equipo se rija por los aplausos en el estadio cada semana, dejándole a usted únicamente la elección del color de camiseta para cada partido (la que puede ser blanca o negra). Si en un partido juega **KK** con probabilidad 0,6 **Orlando** jugará el próximo partido, mientras que **Benciná** lo hará con probabilidad 0,3. **Orlando** es conocido por ser un jugador muy conflictivo y esta vez no es la excepción: se niega rotundamente a jugar dos partidos seguidos. Si **Orlando** juega con la camiseta blanca será equiprobable que **Benciná** o **KK** sean titulares en el próximo partido. Si **Orlando** juega con la camiseta negra la probabilidad que **KK** juegue el siguiente partido es de 0,7. **Benciná** es el favorito de la afición así que si juega con probabilidad 0,5 se repetirá el plato en el próximo partido. Si **Benciná** viste de blanco con probabilidad 0,3 **Orlando** lo reemplazará al próximo partido, mientras que si viste de negro con probabilidad 0,1 lo reemplazará **KK**.

A continuación se presenta un cuadro con las ganancias (millones de euros) que reporta la presencia de cada uno de los jugadores por partido:

Jugador	Blanco	Negro
Orlando	10	2
Benciná	5	5
KK	3	6

1. Si quedan 2 partidos para finalizar la temporada, decida cual es la mejor manera de elegir el color de camisetas con la que el **Real Matriz** saldrá a jugar. Considere un valor residual de 10, 20 y 30 millones de euros si la afición pide en el último partido a **KK**, **Benciná** u **Orlando** respectivamente.
2. Defina la estrategia óptima si está recién comenzando la temporada.

### Problema 2

**Pepe**, ex-lider de la prestigiosa banda de rock **Pepe y Los Markovianos**, ha decidido instalar una tienda de música. Con el fin de entrar al negocio de buena manera, se ha aprovechado de la situación imperante y ha decidido fomentar entre sus clientes la música del difunto **Michael Jackson**. Para ello ha instalado en la entrada de una de sus tiendas un módulo repleto de material del cantante junto a una bellísima promotora, la cual atiende según un tiempo exponencialmente distribuido de media  $\frac{1}{\mu_{m,j}}$ . Se sabe que los hombres, cegados por la belleza de la promotora, con una probabilidad  $1-r$  tomarán un disco del cantante y se dirigirán raudos hacia la caja, la cual consta de un sólo cajero que atiende según un tiempo exponencialmente distribuido de media  $\frac{1}{\mu_c}$ . Mientras que con probabilidad  $r$  se repetirán el plato con la promotora y volverán a hacer

la fila en la entrada. Las mujeres, nubladas por la envidia después de haber sido atendidas por semejante señorita, optarán con probabilidad  $p$  por mirar la otra sección de la tienda y con probabilidad  $1 - p$  por retirarse indignadas del local. La otra sección de la tienda se puede modelar como una cola de proceso de atención de media  $\frac{1}{\mu_o}$ , luego de la cual con probabilidad  $q$  una mujer llevará un disco hacia la caja con intenciones de comprarlo y con probabilidad  $1 - q$  irá hacia la oficina de servicio al cliente, atendida por nuestro querido **Pepe** con un tiempo de espera distribuido exponencialmente de media  $\frac{1}{\mu_p}$ , para reclamar por el escaso abastecimiento de la tienda, luego de lo cual se retiran indignadas.

El cajero, quien junta fondos para un hogar de menores con mucho entusiasmo, siempre intenta engañar a los (las) clientes cobrándole de más (apela a fines benéficos). Con probabilidad  $3/4$  el (la) cliente lo sorprende y luego de terminar la compra se dirige hacia la oficina de servicio al cliente a armar el escándalo. Con probabilidad  $1/4$  el (la) cliente no se da cuenta y se retira del local ilusionado(a) con su compra.

Para contestar las siguientes preguntas asuma que los clientes llegan a la tienda según un proceso de Poisson de tasa  $\lambda$  y que la mitad de ellos son hombres.

1. Modele el sistema anteriormente descrito como una red de colas.
2. Calcule las tasas efectivas de entrada y determine las condiciones de estado estacionario.
3. Encuentre la distribución de probabilidades estacionarias del número de personas en la oficina de **Pepe**.
4. Calcule el número promedio de mujeres en la otra sección de la tienda.
5. ¿Cuánto tiempo en promedio pasa un hombre dentro de la tienda? ¿Y una mujer?

!!!SUERTE EN EL EXAMEN!!!