

## Auxiliar 23: Redes de Colas

Miércoles 24 de Junio de 2009

### Problema 1

Un servicio que provee información geográfica y climatológica a través de internet recibe una demanda descrita por un proceso de Poisson de tasa  $\lambda$ . Cada usuario que ingresa al sistema es atendido por un único servidor el cual determina si la información requerida es geográfica (lo que sucede con probabilidad  $p_1$ ), climatológica (lo que sucede con probabilidad  $p_2$ ) o si el servidor no es el adecuado para atender al usuario, en cuyo caso el usuario sale del sistema. Esta operación demora un tiempo exponencialmente distribuido de media  $1/\mu_1$ . Si un usuario que llega encuentra al servidor ocupado, se pone en la cola.

Un usuario que requiere información geográfica, pasa a una segunda etapa, en que un único servidor realiza las atenciones, las que demoran un tiempo exponencialmente distribuido de media  $1/\mu_2$ . De la misma manera, un usuario que requiere información climatológica, pasa a otro servidor, el que demora un tiempo exponencialmente distribuido de media  $1/\mu_3$  en atender una consulta. Si un usuario que llega encuentra cualquiera de estos servidores ocupado, se pone en la cola correspondiente.

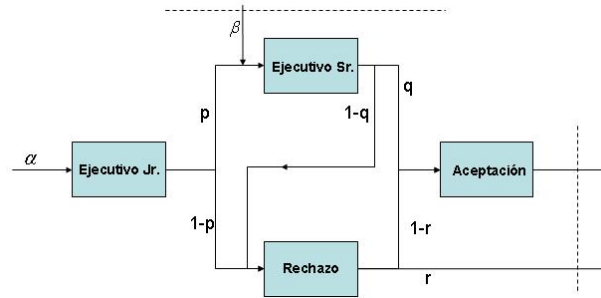
Un usuario que realizó una consulta geográfica, con probabilidad  $q$ , además, requiere consultar acerca del clima y pasa al servidor climatológico, después de terminar su atención. Análogamente, un usuario que realizó una consulta climatológica, con probabilidad  $r$ , además, requiere una consulta geográfica, por lo que al finalizar esta pasa al servidor geográfico. **Ningún usuario hace la misma consulta 2 veces.**

Luego de realizar su(s) consulta(s), los usuarios salen del sistema.

1. Modele el servicio anteriormente descrito como una red de colas. Calcule las tasas efectivas de entrada a cada sistema y escriba las condiciones de estado estacionario.
2. Calcule el número promedio de usuarios dentro del sistema completo en estado estacionario.
3. Calcule el tiempo promedio que pasa un usuario dentro del sistema en estado estacionario.
4. Suponga que el servidor percibe un costo por hacer esperar a los clientes, el cual es igual a  $C_w$  por unidad de tiempo que está un cliente dentro del sistema. Además, existen costos por unidad de tiempo  $C_i(\mu_i)$  asociados a brindar tasas de atención  $\mu_1, \mu_2$  y  $\mu_3$ , respectivamente. Este costo se paga sólo mientras los servidores están entregando información a alguien. Formule un problema de optimización que permita encontrar las tasas óptimas de atención, que minimicen el costo total por unidad de tiempo en el estado estacionario.

### Problema 2

La siguiente figura muestra el proceso por el cual debe pasar una solicitud de crédito dentro de un banco. Solicitudes *recomendadas* llegan según proceso de Poisson a tasa  $\beta$ . Solicitudes *corrientes* llegan según proceso de Poisson a tasa  $\alpha$ .



Las letras latinas muestran probabilidades de flujo. Todos los subistemas representan colas M/M/1. Todos los subistemas tienen igual tasa de atención  $\mu_0$ . Considere las siguientes preguntas,

1. Plantee las condiciones para que exista estado estacionario. (0,5 puntos)
2. Las salidas del subistema **Rechazo** con probabilidad r representan rechazos; las salidas del subistema **Aceptación** representan aceptaciones. Calcule la fracción de créditos rechazados y aceptados. (1 punto)
3. Calcule el número promedio de solicitudes en el sistema. (1 punto)
4. ¿Cuánto tarda un cliente cualquiera en conocer la resolución de su solicitud de crédito?(0,5 puntos)
5. En estado estacionario, cada solicitud dentro del sistema cuesta S. Aumentar la tasa  $\mu$  por sobre  $\mu_0$  cuesta M por unidad. Encuentre el  $\mu$  óptimo para minimizar el costo promedio en estado estacionario.(1 punto)
6.
  - a) Calcule el tiempo promedio que tarda una solicitud de tipo  $\beta$  en salir del sistema. (1 punto)
  - b) Calcule el número promedio de solicitudes tipo  $\beta$  que hay en el sistema. (1 punto)

### Problema 3

Considere una máquina de helados, la cual posee un switch para hacerla operar en estado *low* o *hi*.

Bajo un funcionamiento normal, la máquina producirá 50 unidades diarias en switch low y 200 en estado hi. Estando en switch low, existe una probabilidad de 0,6 de averia. En switch hi esta probabilidad es 0,8. Si la máquina no falla, seguirá estando buena el día siguiente.

Cuando la máquina falla, el siguiente día estará en reparación y costará un equivalente a 50 helados. Existe una probabilidad de 0,5 de que se repare la máquina durante el día perdido, de lo contrario se necesitará un día adicional.

Luego de haber arreglado la máquina, al día siguiente ésta pasará a operar en rodaje. En este estado, si la máquina está en low producirá 20 unidades diarias, mientras que en hi producirá 50. Si la máquina está en low tiene probabilidad 0,5 de necesitar otro día de rodaje, de lo contrario pasará a funcionamiento normal. Si la máquina esta en hi tiene probabilidad 0,6 de volver a averiarse, de lo contrario pasará directamente a estar buena al siguiente día.

Todas las unidades producidas se venden.

1. Si quedan 2 días para finalizar la temporada, defina la mejor forma que el heladero debe ocupar el switch para maximizar el número de helados producidos. Cuando se acaba la temporada, si la máquina está mala ésta tendrá un valor residual equivalente a 0 helados. Si estaba en rodaje, tendrá un valor de 100. Si estaba funcionando normalmente, 300.
2. Si está recién comenzando la temporada, defina la estrategia óptima que debería implementar el heladero.