



Auxiliar 22: Redes de Colas y Markov con Decisiones

Martes 23 de Junio de 2009

Problema 1

Considere la siguiente estación de pago de peaje y estudie su comportamiento en estado estacionario. Vehículos llegan según un proceso de Poisson de tasa r vehículos por hora. Cada vehículo independientemente es ruteado con probabilidad $1/2$ a la caseta 1 y con probabilidad $1/2$ a la 2. Cada caseta consiste en un servidor automático FIFO con tiempos de atención i.i.d. exponenciales de media $\frac{1}{\mu_1}$. Lamentablemente, el servidor se hecha a perder con probabilidad p , con lo cual el vehículo debe volver a colocarse en la cola correspondiente. Al salir de cualquiera de las casetas, los autos se rutean a la pista 1 y los camiones a la pista 2. En el proceso original de llegada, un vehículo es un camión con probabilidad q y un auto con probabilidad $1 - q$. La entrada de los autos (camiones) a las pistas se modelan como colas con tiempos de atención exponenciales i.i.d. de medias $\frac{1}{\mu_a}$ ($\frac{1}{\mu_c}$).

1. Modele el sistema anteriormente descrito como una red de colas. ?
2. Calcule las tasas efectivas de entrada y determine las condiciones de estado estacionario.
3. Encuentre la distribución de probabilidades estacionarias del número de camiones a la entrada de la respectiva pista.
4. Calcule el número promedio de autos en su respectiva pista.
5. ¿Cuánto tiempo pasa un auto dentro del sistema? ¿Y un camión?

Problema 2

Suponga que usted trabaja en el Departamento de Marketing de una importante empresa cervecera y está encargado de decidir la política óptima de avisaje publicitario televisivo de esta compañía. Esto significa que usted debe decidir mes a mes, si contratar publicidad televisiva o si no hacerlo.

Las ventas mensuales de la empresa pueden ser altas, medianas o bajas y los beneficios asociados son 5, 3, 1 Millones US\$ respectivamente. El costo de la publicidad televisiva alcanza los 2 Millones US\$.

Existen probabilidades de pasar de un estado de ventas a otro mensualmente, que sólo dependen del estado actual. Además, estas probabilidades son distintas para el caso en se realiza la publicidad y para el que no se hace. Las siguientes matrices describen este comportamiento evolutivo:

Con Publicidad:

	A	M	B
A	0,5	0,3	0,2
M	0,4	0,4	0,2
B	0,4	0,6	0

Sin Publicidad:

	A	M	B
A	0,2	0,5	0,3
M	0,1	0,4	0,5
B	0	0,3	0,7

1. Para cada acción, modele el problema como una Cadena de Markov con beneficios.
2. Resuelva el problema utilizando Markov con decisiones, para el caso de horizonte finito de K períodos. Suponga que los valores residuales son 3, 1, -1 Millones US \$ para los estados Alta, Media, Baja, respectivamente.
3. Resuelva el problema utilizando Markov con decisiones, para el caso de horizonte infinito.

Problema 3

Fruta llega a una línea de desembarque en cajas de acuerdo a un proceso de Poisson de tasa λ (cajas/hr). En el sistema 1, 2 operarios se encargan de abrir las cajas y de revisar superficialmente el estado de la fruta y si detecta que la fruta está muy deteriorada la aparta para devolución. El tiempo que demora un operario en abrir y revisar la caja se distribuye exponencialmente con tasa m_1 (cajas/hr), además se observa que una fracción p de las cajas son separadas para devolución. Una vez abiertas y revisadas, las cajas pasan al sistema 2, donde un operario se encarga de poner toda la fruta en correas transportadoras, demorándose un tiempo exponencialmente distribuido de media m_2 . Además una fracción q de las cajas vienen mal abiertas por lo que se devuelven al sistema anterior. Finalmente la fruta en la correa transportadora pasa al sistema 3 en donde un operario se encarga de limpiar y revisar cada fruta individualmente para asegurar su calidad. El tiempo que demora se distribuye exponencialmente con media m_3 (frutas/hora) y se ha observado que una fracción r de la fruta está en mal estado y es separada para su devolución. Además el número de frutas por caja es una variable aleatoria con la siguiente ley de probabilidades

N° fruta por caja	Probabilidad
9	0.1
10	0.2
11	0.3
12	0.3
13	0.1

1. Número promedio de fruta que es separada para devolución
2. Número promedio de cajas en sistema 1 y sistema 2. Número promedio de frutas en sistema 3. ¿Cuál es el tiempo promedio de permanencia por fruta en el sistema?.
3. Si existe un costo de c (\$/hr) asociado a la permanencia de cada fruta en la línea de desembarque ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar por aumentar en un 10 % todas las tasas de atención?.