

### Pauta CTP 3: Procesos de Poisson

1. Se puede descomponer el proceso de llegada de llamadas en 3 procesos de poisson independientes:

$N_E(t)$  el proceso de conteo de llamadas de establecimientos.  $N_E(t) \rightarrow Poisson(0,7\lambda t)$

$N_A(t)$  el conteo de llamadas de consultas de apoderados.  $N_A(t) \rightarrow Poisson(0,15\lambda t)$

$N_R(t)$  el conteo de reclamos de apoderados.  $N_E(t) \rightarrow Poisson(0,15\lambda t)$

Se define  $R_1 \rightarrow \exp(0,15\lambda)$  el tiempo en que llega el primer reclamo.

La Ministra atiende un reclamo si llega un reclamo antes del tercer llamado de un establecimiento o, lo que es equivalente, si cuando llega el primer reclamo, todavía no ha llamado el tercer establecimiento:

$$\begin{aligned} P(N_E(R_1) < 3) \\ &= \int_0^{\infty} P(N_E(t) < 3) \cdot f_{R_1}(t) \cdot dt \\ &= \int_0^{\infty} (P(N_E(t) = 0) + P(N_E(t) = 1) + P(N_E(t) = 2)) \cdot 0,15\lambda e^{-0,15\lambda t} dt \\ &= \int_0^{\infty} \left( e^{-0,7\lambda t} + e^{-0,7\lambda t} \cdot (0,7\lambda t) + \frac{e^{-0,7\lambda t} \cdot (0,7\lambda t)^2}{2} \right) \cdot 0,15\lambda e^{-0,15\lambda t} dt \end{aligned}$$

Otra forma equivalente de resolverlo es considerando  $S_3 \rightarrow Gamma(3,0,7\lambda)$ , la probabilidad que el primer reclamo llegue antes que el tercer establecimiento es:

$$\begin{aligned} P(R_1 < S_3) \\ &= \int_0^{\infty} P(S_3 > t) \cdot f_{R_1}(t) \cdot dt \\ &= \int_0^{\infty} \left( \int_t^{\infty} \frac{0,7\lambda \cdot e^{-0,7\lambda t} \cdot (0,7\lambda t)^{3-1}}{(3-1)!} \right) \cdot 0,15\lambda e^{-0,15\lambda t} \cdot dt \end{aligned}$$

Tomando  $N(t)$  como el proceso de llegada de llamadas de todo tipo, la esperanza de llamadas recibidas en total es:

$$E(N(S_3)) = \int_0^{\infty} E(N(t)) \cdot f_{S_3}(t) \cdot dt = \int_0^{\infty} \lambda t \cdot \frac{0,7\lambda \cdot e^{-0,7\lambda t} \cdot (0,7\lambda t)^{3-1}}{(3-1)!} \cdot dt$$

2. Sea  $N_{esp}(t) \rightarrow Poisson(0,7 \cdot 0,2 \cdot \lambda t)$  el proceso de llegadas de llamadas urgentes para el supervisor y  $T_{urg} \rightarrow \exp(0,14\lambda)$  el tiempo entre ellas.

Sea  $T_{atención}$  el tiempo que se demora el supervisor en atender una llamada especial.

$$T_{atención} \rightarrow \exp\left(\frac{1}{T_{esp}}\right)$$

La probabilidad que mientras atiende una llamada urgente llegue otra llamada urgente es:

$$P(T_{urg} < T_{atención}) = \frac{0,14\lambda}{\frac{60}{T_{esp}} + 0,14\lambda}$$

3. Sea  $S^E_{20}$  el tiempo en que llega la vigésima llamada de un establecimiento.  $S^E_{20} \rightarrow Gamma(20; 0,7\lambda)$

$$E(S^E_{20}) = \int_0^{\infty} t \cdot \frac{(0,7\lambda) \cdot e^{-0,7\lambda t} \cdot (0,7\lambda t)^{20-1}}{(20-1)!} dt = \frac{20}{0,7\lambda}$$

Da lo mismo a qué hora salga, por la propiedad de incrementos estacionales de los procesos de poisson, el número de llamadas que lleguen mientras esté ausente depende sólo de la cantidad de tiempo que esté ausente (largo del intervalo) y no del momento en que salga (ubicación del intervalo).

4. Sea

$N_N(t) \rightarrow Poisson\left(\frac{1}{T_N} \cdot t\right)$  el proceso de conteo de llamadas los días de tráfico normal

$N_A(t) \rightarrow Poisson\left(\frac{1}{T_A} \cdot t\right)$  el proceso de conteo de llamadas los días de tráfico alto

Se tiene que 2 semanas de 5 días, con una jornada de trabajo de 10 hrs. equivalen a  $2 \times 5 \times 10 \times 60 = 6.000$  minutos. Se tienen dos semanas de tráfico alto y dos normales.

Se define el total de llamadas recibidas en el mes como

$$N_T = N_N(6000) + N_A(6000) \rightarrow Poisson\left(\left(\frac{1}{T_N} + \frac{1}{T_A}\right) \cdot 6000\right)$$

$$E(Costo) = \sum_{k=0}^{n_0} k \cdot C \cdot P(N_T = k) + \sum_{k=n_0+1}^{\infty} (n_0 \cdot C + (k - n_0) \cdot E) \cdot P(N_T = k)$$