



## Auxiliar 12

Martes 5 de Mayo de 2009

### Problema 1 (problema 1 control 2 primavera 2008)

A una heladería, en la que trabaja un solo heladero, llegan grupos de clientes según un proceso de Poisson de tasa  $\lambda$  [grupos/hora]. Un grupo puede estar compuesto por 1 persona, 2 personas o 3 personas, con probabilidad  $p$ ,  $q$  y  $1 - p - q$ , respectivamente. La heladería abre a las 10 horas y cierra a las 20 horas. El tiempo de atención es despreciable. Todos los clientes que entran a la heladería compran exactamente un helado.

Calcule la probabilidad que:

1. (0,5 puntos) Lleguen  $n$  grupos de personas entre las 11 y las 12 horas.
2. (0,5 puntos) El primer helado sea vendido antes de las  $h$  horas.
3. (0,5 puntos) Lleguen exclusivamente dos parejas entre las 10 y 11 horas.
4. (1 punto) No lleguen grupos de un solo integrante entre las 10 y las 12 horas.
5. (1 punto) Se hayan vendido exactamente 3 helados entre las 16 y 17 horas.
6. (1 punto) Calcule el valor esperado del número de helados vendidos durante el día, dado que durante las primeras  $h$  horas se vendieron  $k$  helados. ( $h \leq 10$ ).

Considere ahora que el tiempo de atención de cada cliente, por parte del heladero, se distribuye exponencialmente con parámetro  $\mu$  [1/hora]. Si al llegar un grupo el heladero está ocupado, estos clientes se retiran porque no están dispuestos a esperar.

7. (1,5 puntos) Calcule el valor esperado del número de ventas perdidas que tendrá la heladería por cada grupo que atiende el heladero.

### Problema 2

A un Banco llegan clientes de acuerdo a un proceso Poissoniano no homogéneo, cuya tasa está dada por

$$\lambda(t) = \frac{1}{\sqrt{14,1-t}}, \quad 0 < t < 14,1$$

El tiempo está medido en horas, y el banco opera desde las 9 y hasta las 14 horas. Los clientes, sin embargo, llegan entre las 9 y las 14:06 hrs.

1. ¿Cuál es la probabilidad de que el primer cliente llegue entre las 10:00 y las 11:00 ?.
2. Si todos los clientes se demoran exactamente 12 min. dentro del banco, determine el número esperado de clientes dentro del banco en cualquier instante del día.
3. Calcule el número promedio de clientes que se retiran indignados pensando seriamente en cambiarse de banco cada día (esto ocurre cuando el cliente encuentra que el banco ya cerró sus puertas, haciendo gala de mucha puntualidad y poca comprensión). ¿A qué hora debiese cerrar sus puertas el banco para que este número disminuya a la mitad?.

### Problema 3, CTP 3 primavera 2007

A una de las bodegas de un puerto de carga llegan contenedores según un Proceso de Poisson Homogéneo. Por una parte, la empresa A envía contenedores a tasa  $\lambda_A$  contenedores/hora. Adicionalmente, llegan otros clientes (con un contenedor cada uno) a tasa  $\lambda_O$  clientes/hora. La bodega tiene capacidad ilimitada. Cada 3 horas se produce el embarque de mercancía, vaciando por completo la bodega. La empresa A es el cliente principal, por lo que recibe importantes beneficios. En primer lugar, en cada embarque pueden ser despachados un máximo de  $N$  contenedores que no sean de la empresa A, mientras que no hay límite para los contenedores de dicha empresa. Segundo, se cobra una tarifa diferenciada, siendo  $B_A$  el beneficio asociado a embarcar un contenedor de la empresa A y  $B_O$  para el resto (  $B_A < B_O$  ). Considere que si un cliente (salvo la empresa A) no puede despachar su contenedor, se irá inmediatamente a la competencia generando un costo  $C$  para la bodega.

1. (1,5 ptos.) Si entre dos embarques consecutivos llegaron  $n$  contenedores a la bodega, calcule la probabilidad de que  $k$  de ellos sean de la empresa A. Llame  $p_k(n)$  a dicha probabilidad.
2. (1,5 ptos.) Si en un embarque se despacharon  $m$  contenedores, calcule la probabilidad de que  $k$  de ellos sean de la empresa A. Llame  $q_k(m)$  a dicha probabilidad.
3. (1,5 ptos.) Calcule la probabilidad de que en un embarque se despachen exactamente  $m$  contenedores.
4. (1,5 ptos.) Calcule la utilidad esperada por embarque para la bodega.