



Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

IN44A: Investigación Operativa
Profs: J. Correa, R. Epstein
Aux: Astroza, Gacitúa, Lagos, Thraves

Clase Auxilliary 8, 21 de Abril de 2009

Procesos de Poisson

Problema 1

Una empresa de distribución de energía eléctrica ha decidido enfrentar el invierno venidero con un Plan de Solución de Fallas Críticas.

De las estadísticas recopiladas de los años anteriores, se puede concluir que las fallas críticas tienen dos orígenes posibles: **Domiciliario** y de **Alumbrado Público**. Ambas fallas se presentan según Procesos de Poisson independientes, de tasa λ_D [fallas/día] para fallas domiciliarias y λ_A [fallas/día] para fallas de Alumbrado Público.

Como parte del diseño del plan, se conformó un equipo de empleados altamente capacitados en la reparación de fallas en redes eléctricas. Este equipo acude a reparar las fallas reportadas demorándose un tiempo exponencialmente distribuido de media T [hrs] por cada una, incluyendo en este lapso el tiempo de transporte al lugar de la falla.

1. Si durante el primer mes de funcionamiento del Plan se han reportado F fallas, cuál es el número esperado de fallas para el segundo mes?
- 2.Cuál es la probabilidad de que la primera falla que se registre en un mes sea **domiciliaria**?
3. El equipo de reparación está trabajando en la solución de una falla de **Alumbrado Público**. En promedio cuántas fallas de cada tipo ocurrirán antes de que la reparación en curso sea finalizada?

Se está estudiando la posibilidad de dejar la reparación de fallas de **Alumbrado Público** en manos de una empresa contratista. Los términos del contrato indican que mensualmente se pagará como costo fijo un equivalente a R reparaciones a un costo unitario s_1 , mientras que el precio de cada reparación por sobre este mínimo será de s_2 , con $s_2 > s_1$.

4. Como Ingeniero de Estudios de la empresa distribuidora, plantee el problema de optimización que permita encontrar el valor R^* que minimiza los costos mensuales esperados del contrato de reparación de fallas de Alumbrado Público.

Problema 2

Los auxiliares de ramo, hinchas acérrimos de Unión Española, asisten al estadio a ver al equipo de sus amores. Durante un partido los jugadores hacen goles de acuerdo a un proceso de Poisson de tasa λ . Los auxiliares celebran cada gol durante un tiempo B , lapso de tiempo durante el cual no son capaces de ver lo que sucede en la cancha. Si se supone que tras cada gol, el partido es reiniciado instantáneamente conteste:

1. ¿Cuál es la probabilidad de que los auxiliares vean los 7 primeros goles?
2. Para $t \geq (n-1)B$, encuentre $P[R(t) \geq n]$, donde $R(t)$ es el número de goles vistos por los auxiliares hasta el instante t .

Problema 3

En un instante cualquiera del día, usted llega a una parada de buses a la cual llegan buses de acuerdo a un proceso de Poisson de tasa λ . Si usted toma el bus desde el paradero, demora un tiempo fijo R desde que sube al bus hasta llegar a su casa. Si camina desde el paradero a su casa demora un tiempo fijo W . Suponga que su política al llegar a la parada de buses es esperar el bus un tiempo s y si éste no ha pasado hasta ese instante, entonces decide caminar.

1. ¿Cuál es la distribución del tiempo de pasada del siguiente bus desde que usted llega a la parada de buses?. Dada su política de espera, cuál es la probabilidad que usted camine a su casa?.
2. Si el bus pasa en un instante $t \leq s$ desde su llegada a la parada de buses, ¿cuánto tiempo demora usted en llegar a su casa desde su arribo al paradero?. ¿Y si el bus pasa en un instante $t \geq s$?
3. calcule el tiempo esperado que transcurre desde su llegada al paradero hasta llegar a su casa.
4. Muestre que si $W < \frac{1}{\lambda} + R$ entonces el tiempo esperado de la parte anterior se minimiza en $s=0$; si $W > \frac{1}{\lambda} + R$ entonces se minimiza en $s=\infty$; y si $W = \frac{1}{\lambda} + R$ todos los valores de s entregan el mismo tiempo esperado.
5. ¿Qué representa en realidad $s = 0$ y $s = \infty$?. Entregue una explicación intuitiva de por qué esas son las únicas dos políticas interesantes al considerar minimizar el tiempo esperado.