



Auxiliar 7

Miercoles 15 de Abril de 2009

Problema 1

Suponga que Ud. está evaluando la posibilidad de invertir 100 M\$ en la Bolsa de Comercio de Santiago comprando acciones de una de dos compañías: C_1 y C_2 . Las características de dichas acciones son las siguientes:

- Las acciones de C_1 entregan un rendimiento de 50 % sobre la inversión durante el siguiente año, si el mercado *a la alza*. Por otro lado, si las condiciones de la bolsa no son favorables (es decir, mercado *a la baja*), las acciones pueden perder el 20 % de su valor.
- Las acciones C_2 entregan un 15 % de rendimiento en un mercado *a la alza* y sólo un 5 % de rendimiento en un mercado *a la baja*.

Todas las publicaciones que Ud. ha consultado predicen un 60 % de posibilidades para un mercado *a la alza* y un 40 % de un mercado *a la baja*. Considere que Ud. también puede decidir no invertir y mantener su dinero.

1. Construya un árbol de decisión que le permita encontrar la política óptima de inversión. Cuál es el valor esperado de los beneficios de dicha política?

Ahora, suponga que el lugar de disponer sólo de las publicaciones anteriormente consultadas Ud. decide realizar una investigación más personal consultando a un amigo experto en el tema al que siempre le ha ido bien en el mercado de valores. El amigo manifiesta a la opinión general del estado del mercado en el próximo período. Esta opinión se cuantifica como sigue:

Si el mercado está *a la alza* hay un 90 % de posibilidades de que su opinión sea *optimista*. Si es un mercado *a la baja*, la posibilidad de que su opinión sea *optimista* desciende a 50 %.

2. Cuánto es lo máximo que le pagaría a su amigo por la información adicional?
3. Cuánto estaría dispuesto a pagar por información perfecta sobre el mercado?

Problema 2

Una empresa que se dedica a comprar un tipo de pernos a granel y empaquetarlos para su comercialización desea realizar una programación de sus actividades para los próximos K meses.

Al inicio de cada mes, la empresa puede realizar un pedido al fabricante de la cantidad de unidades de pernos que desee. Suponga que el pedido es remitido y entregado de manera inmediata.

Con estas unidades, la empresa arma paquetes de N pernos, los cuales los vende a sus clientes. Por simplicidad, asuma que el empaquetamiento se realiza instantáneamente, luego de recibir el pedido. La empresa enfrenta, en cada mes, una demanda aleatoria con distribución de probabilidades conocida: existe una probabilidad β_{ik} que en el mes k la demanda sea de i paquetes. La demanda insatisfecha en el período correspondiente se pierde.

En su operación, la empresa enfrenta los siguientes costos e ingresos:

- costo unitario c_k , por perno pedido al fabricante en el mes k ;
- costo unitario I_k , por perno mantenido en inventario entre los meses $k-1$ y k ;
- costo unitario J_k , por paquete de pernos mantenido en inventario entre los meses $k-1$ y k ;

- los paquetes son vendidos a un precio unitario Z , que es igual durante todo el horizonte de planificación.

Además, suponga que no existe costo por el armado de los paquetes.

Asuma que el inventario inicial de pernos como de paquetes de pernos es nulo, y que los pernos en stock al final del horizonte de planificación tienen un valor residual unitario r y los paquetes sobrantes pueden ser vendidos a un valor unitario R (con $r < c_k$, para todo k , y $R < Z$).

1. Formule un modelo de programación dinámica estocástica para determinar una política de pedidos y empaquetamiento que maximice el beneficio esperado de la empresa e los próximos K meses.

Considere ahora que no todos los pernos solicitados llegan en buen estado, es decir, en cada pedido, pueden llegar algunas unidades defectuosas. Específicamente, se tienen estimaciones de las probabilidades α_{nj} de que lleguen j pernos defectuosos en un pedido de n unidades (para $0 \leq j \leq n$).

En caso que lleguen unidades defectuosas, éstas son devueltas al fabricante el que envía al inicio del mes siguiente una cantidad igual de pernos “buenos” para reemplazarlos, independientemente del pedido que se realice en ese mes. El costo de reemplazo es asumido por el fabricante. Observe que los paquetes sólo pueden armarse con pernos no defectuosos.

2. Cómo modificaría el modelo del punto anterior para contemplar esta nueva situación? En particular, especifique qué nuevas variables (de estado, decisión o aleatorias) son necesarias, cómo se modifican las recurrencias y la función de beneficio.

Problema 3

Donreymix, un emprendedor druida, ha decidido instalar una tienda para distribuir una misteriosa poción mágica, llamada ferníl, en una poblada aldea gala. El problema es que ignora cuál es la cantidad óptima de poción que debe producir cada mañana para vender durante el día. No obstante, sabe que el costo de elaboración de un litro de poción es C_1 monedas galas (mg) y que el precio de venta de ésta es P_1 mg por litro (P_1 mayor que C_1). Además, Donreymix está consciente de que la poción no dura más de un día y de que ésta al final de una jornada puede ser vendida como fertilizante líquido, recibiendo P_2 mg por litro (P_2 menor que P_1).

El druida, en una increíble muestra de sabiduría, ha estudiado el comportamiento de la demanda diaria por la poción en la aldea, llegando a concluir que la cantidad de litros demandada en un día se comporta como una variable aleatoria que se distribuye según una Uniforme $[0,D]$, donde D corresponde al número de familias de la aldea. También ha estimado que si sus clientes llegan a la tienda y se encuentra con que no queda poción, experimentarían un malestar que él valora en C_2 mg por litro.

De acuerdo a la información entregada anteriormente responda las siguientes preguntas:

1. (0,5 pts.) Si el druida produce una cantidad x de poción para un día y la demanda es menor que la cantidad producida, ¿cuál sería el beneficio diario que esperarías obtener?
2. (0,5 pts.) Si el druida produce una cantidad x de poción para un día y la demanda es mayor que la cantidad producida, ¿cuál sería el beneficio diario que esperarías obtener?
3. (1,5 pts.) De acuerdo a las expresiones propuestas anteriormente, ¿cuál será el beneficio diario esperado obtenido si el druida produce una cantidad x de poción?
4. (1,5 pts.) En función de los parámetros del problema, calcule la cantidad óptima de litros de poción a producir diariamente (x^*).

Ahora suponga que nuestro estimado druida decide distribuir más de un tipo de poción, en particular dos, A y B.

5. (2,0 pts.) Si las demandas por estos tipos de poción pueden representarse como variables aleatorias con distribuciones Uniforme $[0,D_A]$ y Uniforme $[0,D_B]$, respectivamente. Además, si la cantidad producida de

poción B no es suficiente para satisfacer la demanda correspondiente, una fracción q de esta demanda insatisfecha puede ser atendida con poción A. Plantee una expresión que permita calcular el beneficio diario si las cantidades de poción a producir son x_A y x_B , y las demandas t_A y t_B . Explique cómo calcularía las cantidades, x_A^* y x_B^* , que maximizan el beneficio diario esperado. Considere los siguientes parámetros C_{1A} , C_{2A} , P_{1A} , P_{2A} , C_{1B} , C_{2B} , P_{1B} y P_{2B} .