



Auxiliar 5: Árboles de Decisión y Programación Dinámica Determinística

Martes 07 de Abril de 2009

Pregunta 1 (P3 C1 Primavera2008)

Una empresa subcontrata el transporte de sus productos. Para esto contrata un número fijo de camiones para el año. De acuerdo a sus necesidades, cada mes la empresa puede solicitar camiones extra. Estas contrataciones tienen un costo de $\$C$ por camión adicional más un cargo fijo $\$D$ si el número de adicionales varía de un mes al siguiente.

Se conocen los requerimientos R_t para cada mes del próximo año. Actualmente, no hay ningún camión adicional trabajando.

Plantee un modelo de programación dinámica determinística que permita programar la contratación de camiones para los próximos T meses a costo mínimo.

Pregunta 2

El Gerente Comercial de una compañía está estudiando la introducción de nuevos productos para la próxima temporada, por lo que debe decidir qué productos comercializar y cuántas unidades de cada uno producir.

La producción de cada uno de estos productos, según lo informado por el Gerente de Operaciones, tiene asociado un costo fijo que depende del tipo de producto, igual a C_i . Además, la producción de cada unidad de producto i requiere utilizar un porcentaje de la capacidad disponible en la planta igual a K_i . Suponga que no existen otros costos de producción.

Por otra parte, dadas las condiciones de mercado, sabe que sus ingresos por unidad vendida serán U_i y que el mercado a lo más comprará D_i unidades del producto i elaborado por la compañía.

1. Plantee el modelo de programación dinámica que apoye las decisiones de producción para el problema general descrito, si se busca maximizar las utilidades (Ingresos - Costos totales) de la firma.

Supongamos ahora que los productos en evaluación son 3 y que se cuenta con la siguiente información relevante:

	P 1	P 2	P 3
Costo fijo	3	2	0
Ingreso por unidad vendida	2	3	1
% de capacidad usada por cada unidad	20	40	20

Como se ve en la primera fila de la tabla anterior, el gerente sabe que 2 de estos productos requieren un costo fijo importante. También conoce el ingreso que recibirá la empresa por cada unidad producida, una vez que la producción está en marcha. Además, como se ve en la tercera fila de la tabla, se sabe el porcentaje de capacidad disponible que ocupa cada unidad de producto al ser fabricada. Por condiciones del mercado se sabe que se pueden vender sólo 3 unidades de producto 1, mientras que es posible vender todas las unidades que se puedan fabricar de los otros productos.

1. En esta situación resuelva, ocupando el modelo de programación dinámica planteado en la parte anterior, la estrategia de producción óptima.
2. Ahora considere que las variables que representan las cantidades de productos a fabricar son variables continuas. Suponga que tanto los ingresos por unidad como el porcentaje de capacidad utilizada dadas en la tabla anterior son proporcionales a las fracciones de productos y se mantienen las condiciones de mercado. Plantee y resuelva el nuevo modelo.

Pregunta 3

El año 2012 el equipo A tiene que jugar la final de la Copa Libertadores contra el equipo B , con la modalidad de 2 partidos. Es decir, el equipo con más puntos después de 2 partidos gana la copa. El equipo que gana un partido obtiene 3 pts., si empata obtiene 1, y si pierde 0.

Si después de estos 2 partidos los equipos se encuentran empatados se seguirán disputando encuentros hasta que alguno de los 2 gane y se lleve la copa.

El técnico del equipo A , antes de cada partido puede decidir jugar con un esquema ofensivo o con un esquema defensivo. Si juega con el esquema ofensivo la probabilidad de ganar es 0,45 y la de perder 0,55. Por otra parte si juega con el esquema defensivo empatará con una probabilidad 0,9 y con una probabilidad 0,1 perderá el encuentro.

1. ¿Cuál es la probabilidad que el equipo A gane la copa?. Determine y explique la estrategia óptima para este equipo.
2. ¿Cuál equipo tiene la mayor probabilidad de ganar la copa?. Explique de manera cualitativa el origen de la ventaja que tiene este equipo.

Pregunta 4

Un conejo de pascua tiene N huevos de chocolate para repartir entre los M niños que el conejo superior ha asignado a sus distrito. La felicidad de un niño puede ser modelada como $u_i(x_i) = \ln(x_i)$ donde x_i es la cantidad de huevos que recibe el niño i (si el niño i -ésimo no recibe huevos se morirá de tristeza). Adicionalmente se sabe que los padres de los niños tienen restricciones sobre la cantidad de chocolates que puede comer cada uno de ellos, siendo N_i^{max} la cantidad máxima de huevos que los padres del niño i aceptarán que les traigan. De exceder dicha cantidad, serán los padres que se comerán los huevos. Formule un modelo de programación dinámica que permita al conejo decidir cuántos huevos entregar a cada niño, de modo de maximizar la felicidad total de los niños del distrito.