



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

Evaluación de Proyectos Bajo Incertidumbre



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Contenidos

- Teoría de la Utilidad
- Teoría de Carteras y el Modelo CAPM
- Aplicación del CAPM a la Evaluación de Proyectos
- Efectos de la Estructura de Capital sobre el Costo de Capital
- El Impuesto a las Utilidades y la Estructura de Capital
- Efecto del Leverage Financiero



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERIA INDUSTRIAL

Teoría de la Utilidad



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Teoría de la Utilidad

El análisis de valores históricos refleja que:

- Existe una relación entre riesgo y rentabilidad
- Los activos más rentables son más riesgosos

Ejemplo:

Una persona puede elegir entre dos alternativas de sueldo:

- Sueldo fijo de \$100.000 ó
- Lanzar una moneda y recibir \$200.000 si sale cara y \$0 si es sello. ¿Qué escogerá?
- Valor esperado de ambas alternativas \$100.000.-



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Teoría de la Utilidad Cardinal

- ◆ Los ejemplos presentados obligan a preguntarse cómo se explica entonces, el proceso de decisión. La teoría expuesta ofrece esta explicación, aunque con limitaciones. En términos más sencillos: cada individuo cuando se enfrenta a situaciones de riesgo, puede asignar un valor a cada una de las alternativas que analiza. Estos son los índices de utilidad cardinal.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Supuestos en resumen

- Resumiendo lo anterior, se puede decir que las suposiciones de la Teoría de la utilidad de *Von Neuman y Morgenstern* son:
 - El individuo puede ordenar alternativas o las utilidades asociadas a ellas.
 - Puede establecer relaciones de transitividad en su ordenamiento preferencial.
 - Puede determinar pesos α -probabilidades- para comparar alternativas o las utilidades asociadas.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

¿Averso o propenso?

- ◆ Las personas pueden ser aversas, propensas o indiferentes al riesgo. Una persona que esté dispuesta a pagar por "jugar" una lotería podrá determinar su actitud al riesgo, según el monto que pague.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Propensión al riesgo

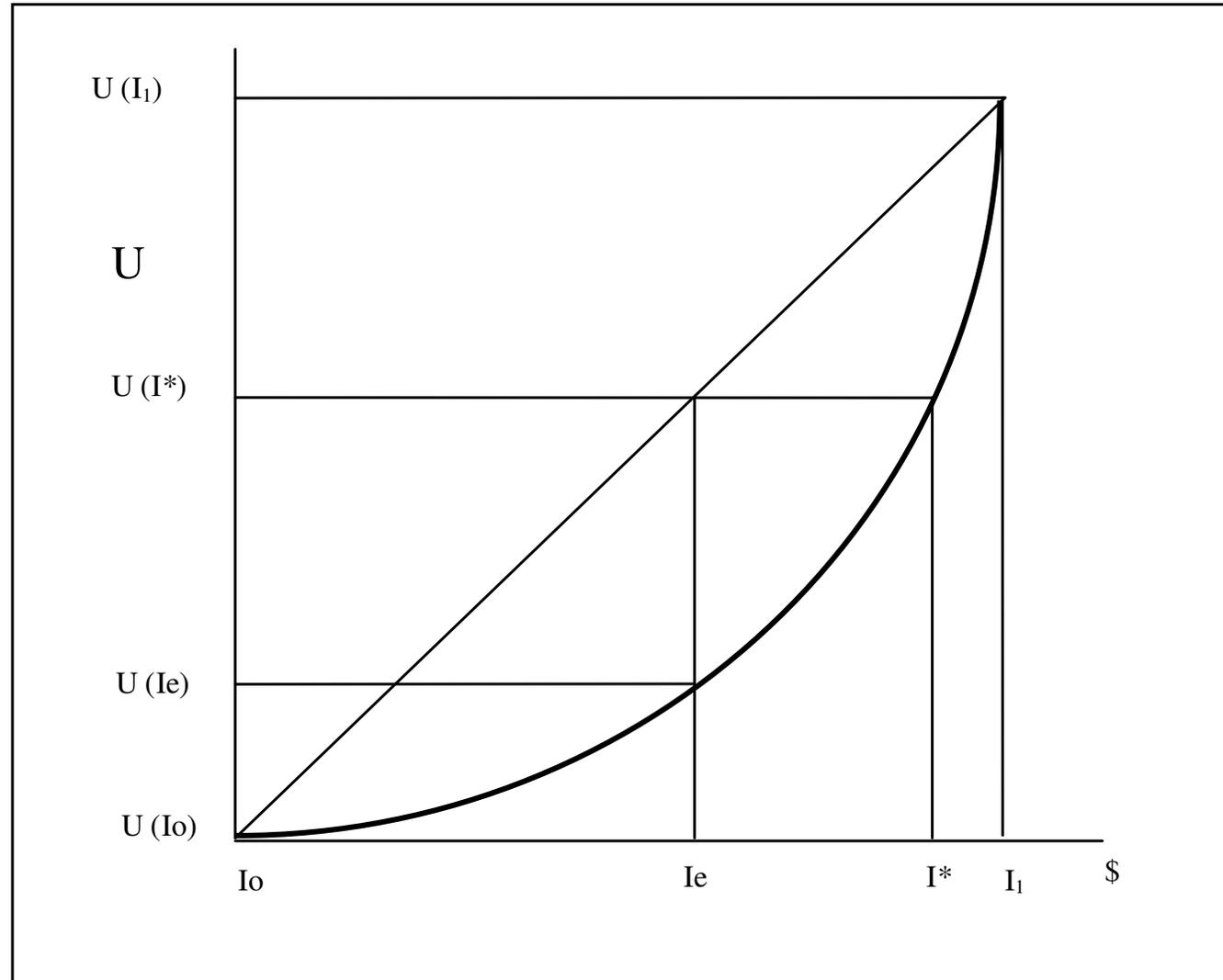
Una persona totalmente propensa al riesgo, enfrentada ante el siguiente juego: \$0 con probabilidad 0.5 y \$10,000 con probabilidad 0.5, estará dispuesta a pagar más del valor esperado del juego por participar en él. O sea, pagará más de \$5,000 por participar en este juego.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERIA INDUSTRIAL

IN42A

Propensión al riesgo





UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Aversión al riesgo

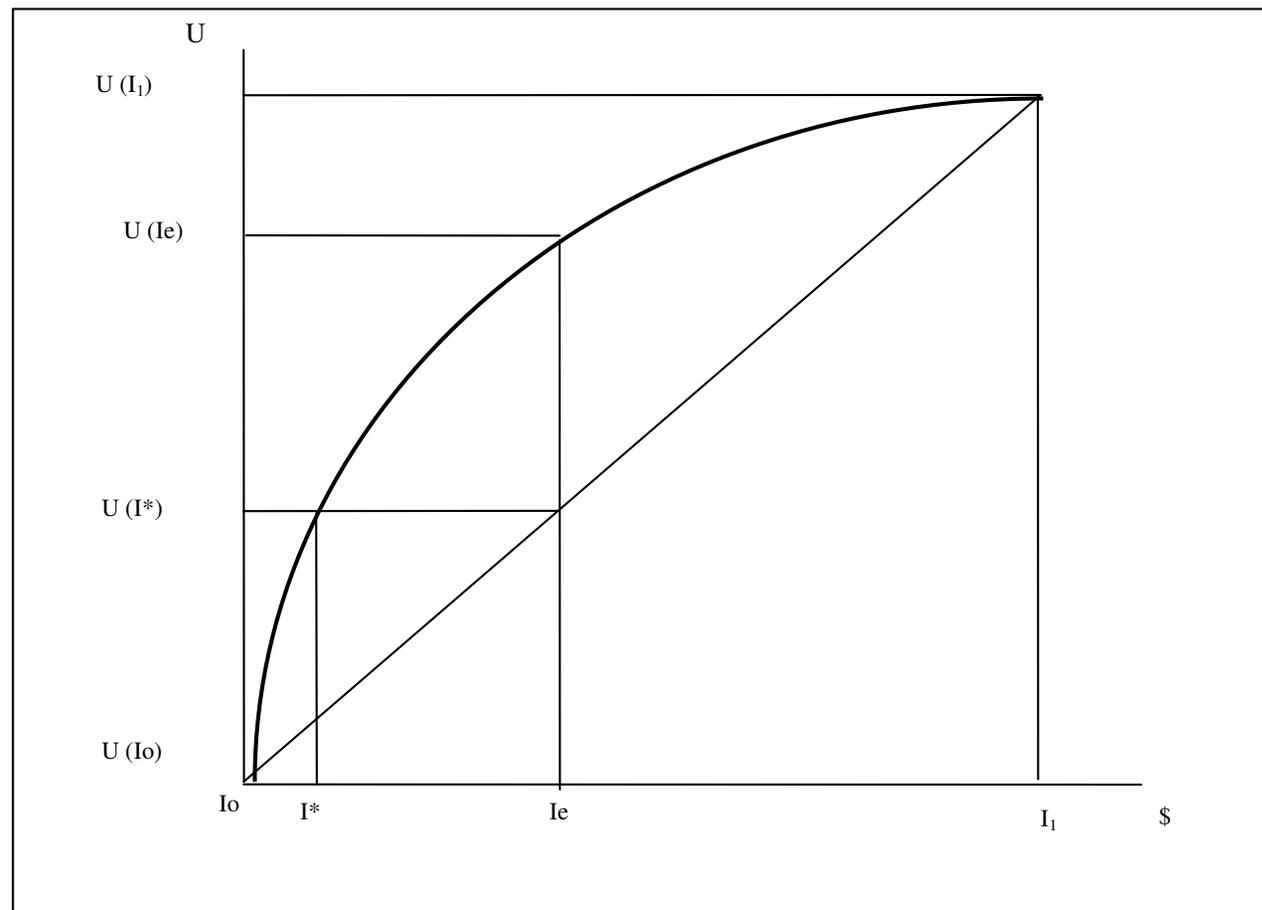
Si esa misma persona fuera totalmente averosa al riesgo y se enfrenta a la misma situación, pagará menos del valor esperado del juego por participar en él. O sea pagará menos de \$5,000.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERIA INDUSTRIAL

IN42A

Aversión al riesgo





UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Indiferencia al riesgo

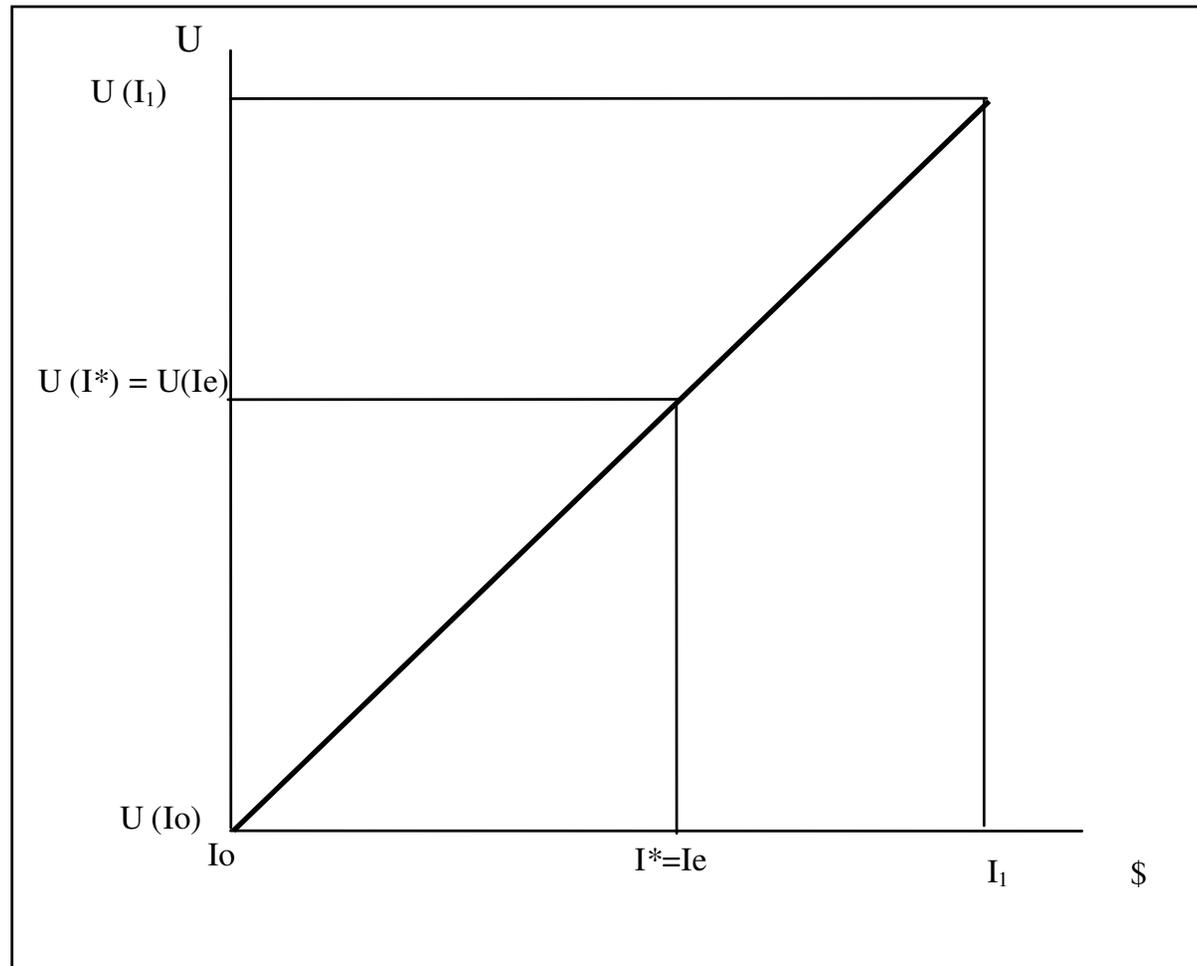
Si la mencionada persona fuera indiferente al riesgo, pagaría exactamente \$5,000 por participar en el juego.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERIA INDUSTRIAL

IN42A

Indiferencia al riesgo





UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Determinación de la función de utilidad

- La utilidad se puede medir en forma relativa y no en términos absolutos. Se puede asignar un índice de utilidad a cada uno de dos valores en forma arbitraria, y a partir de allí construir la función de utilidad.
- Supóngase que se desea determinar la función de utilidad de un individuo con el propósito de buscar una guía para tomar decisiones que sean consistentes con los intereses de éste, definidos en el momento en que se calculó la función. Para hacerlo, se puede adoptar uno de los dos métodos: a) Por el método de fijar las probabilidades y variar los resultados de una supuesta lotería; b) por el método de fijar los resultados de la lotería y variar las probabilidades.



Determinación de la función de utilidad

(cont)

- Se procederá a ilustrar el primer procedimiento. Suponga que se tienen dos alternativas A y B . La primera es un regalo libre de impuestos de \$300.000, y B es una lotería que consiste en ganar \$1.000.000 con probabilidad 0,5 o ganar \$0 con probabilidad 0,5. Se trata de determinar el valor de la alternativa A que hace indiferente al decisor entre ella y la alternativa B . Si se asigna una utilidad de 100 utilas (unidad de medida de la utilidad) a \$1.000.000 y 0 utilas a \$0, (estos dos valores 0 y 100 son arbitrarios; solo están condicionados a que la utilidad asignada a \$1.000.000 sea mayor que la asignada a \$0, bajo el supuesto de que se prefiere \$1.000.000 a \$0), se debe encontrar por prueba y error el valor de A que hace indiferente al individuo frente a la lotería B ; en otras palabras, hay que negociar el valor de A .



Determinación de la función de utilidad

(cont)

- Supóngase entonces que el individuo prefiere la lotería a la alternativa A, esto es:
- $B.>A$, entonces: $U(B) > U(A)$
- $0,5 \times U(\$1.000.000) + ,5 \times U(\$0) > U(\$300.000)$
- Si se sube el valor de A a \$700.000, podría resultar:
- $B.>A$ y $U(B) > U(A)$
- Supóngase que para $A = \$600.000$ el individuo es indiferente, esto es: $U(B) = U(A)$
- Es decir:
- $U(\$600.000) = 0,50 \times U(\$1.000.000) + 0,50 \times U(\$0)$
- $= 0,50 \times 100 + 0,50 \times 0 = 50$
- Entonces la utilidad de \$600.000 es 50.



Determinación de la función de utilidad

(cont)

- Ahora se puede cambiar el valor de uno de los premios (0 ó 1,000,000) por \$600.000 y de manera similar encontrar el valor intermedio; repitiendo este proceso se pueden encontrar varios puntos de la función de utilidad y dibujar la curva correspondiente. Es decir, si se cambia \$1.000.000 por \$600.000, se obtendrá un valor determinado T , tal que, $0 < T < 600.000$ y que hace indiferente al individuo frente a la nueva lotería. Entonces para ese T que hace indiferente al individuo entre ese valor y la nueva lotería (\$600.000 con $p = 0,5$ y \$0 con $p = 0,5$), la utilidad será:
- $U(T) = 0,5 \times U(0) + 0,5 \times U(\$600.000) = 0,5 \times 0 + 0,5 \times 50$
- $U(T) = 25$



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS

DEPARTAMENTO DE
INGENIERIA INDUSTRIAL

IN42A

Supongamos este resultado

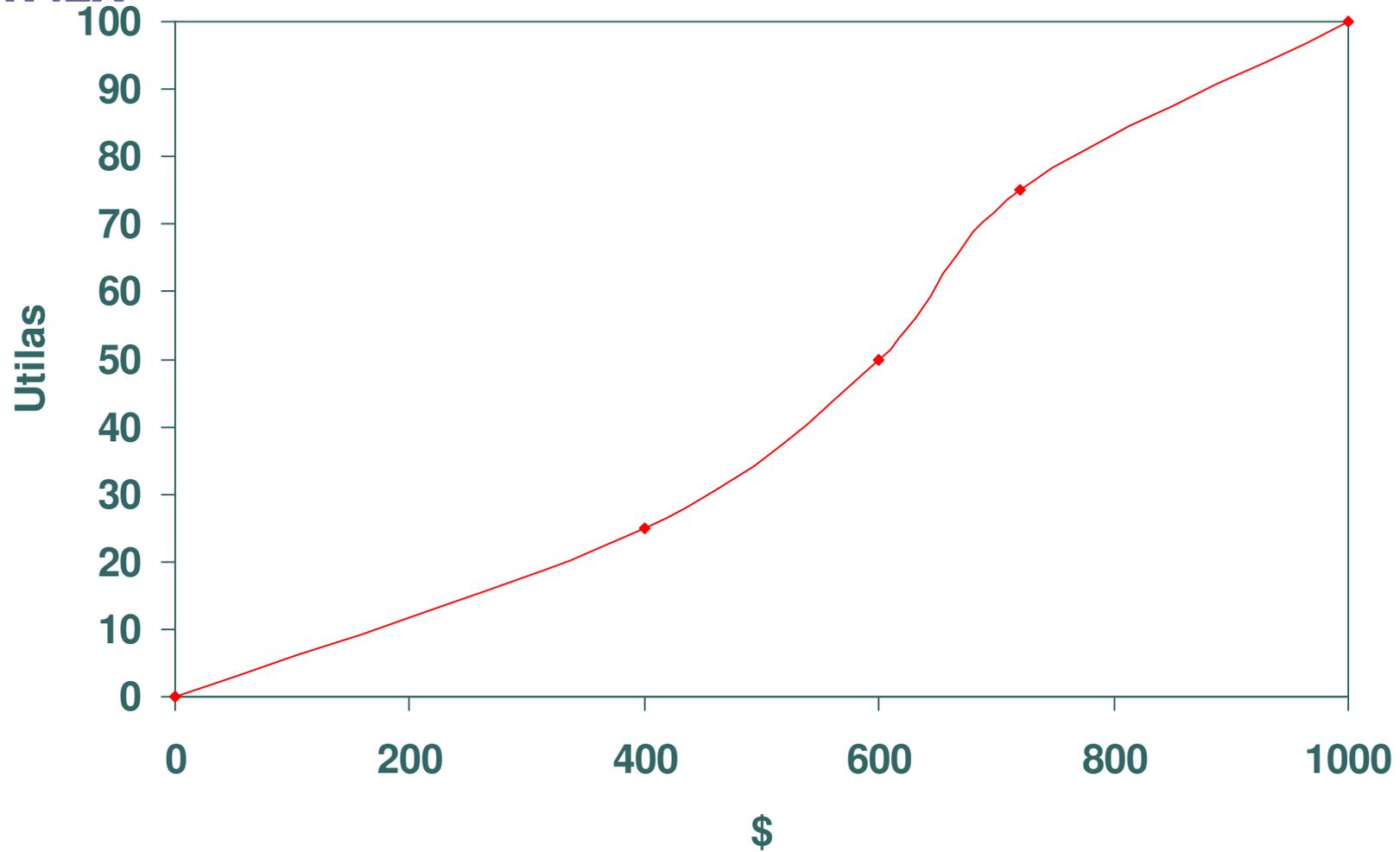
Pesos	Utilas
0	0
400	25
600	50
720	75
1000	100



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERIA INDUSTRIAL

IN42A

Determinación de función de utilidad





UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Teoría de la Utilidad Cardinal: ¿sirve?

- ◆ Esta teoría parece ser aceptable a corto plazo: cuando el individuo tiene que tomar la decisión y los resultados son inmediatos. Puede no ser válida cuando la decisión implica resultados futuros.



Limitaciones de la teoría de la utilidad

- Ser muy cuidadoso al separar este análisis de la apreciación que se tenga acerca de las probabilidades; de igual manera si se está haciendo un estimativo de las probabilidades, se debe hacer caso omiso de la preferencia que se tenga por los resultados.
- Otro problema que se presenta es la complejidad de las decisiones. Situaciones simples como las que se han presentado no ocurren en la realidad. Al aislar los problemas el decisor actúa diferente.
- Un problema pertinente para el análisis económico se presenta cuando se está trabajando con ingresos y egresos bajo riesgo. ¿Se debe aplicar el análisis de utilidad antes o después de ser descontado el flujo de dinero a valor presente? ¿Tiene sentido aplicar una función de utilidad actual a un riesgo futuro? Para la primera pregunta la respuesta es que se debe trabajar con valores netos.



Limitaciones de la teoría de la utilidad

(cont)

- Definitivamente queda por investigar la segunda pregunta: ¿Existe “permanencia” o “invariabilidad” en la función de utilidad a través del tiempo? La evidencia empírica y el razonamiento lógico llevan a concluir que no. Esta es una teoría a corto plazo; a largo plazo, como son los efectos de las decisiones de inversión de capital, puede no ser adecuada. Sin embargo, se puede definir una función de utilidad “aceptable”, por ejemplo cuando el decisor esté en óptimas condiciones de estabilidad emocional, considerando esa función de utilidad como la estable o permanente, y tratando de ser consistente con ella en decisiones futuras. La ventaja de esta forma de utilizar la función de utilidad es que las decisiones se toman en forma independiente del estado de ánimo del decisor.



Limitaciones de la teoría de la utilidad

(cont)

- Pero estos no son los únicos inconvenientes que se anotan a la teoría de la utilidad. Algunos adicionales a los mencionados son:
- *Multiplicidad de objetivos.* La teoría de la utilidad es unidimensional en el sentido de que supone que existe un solo objetivo para el decisor y que éste puede expresarlo en términos de dinero. Cuando se plantean alternativas, como la construcción de una represa donde hay beneficios económicos, pero también costos y beneficios sociales, ecológicos, políticos, etc, ¿cómo involucrarlos?
- *Unidimensionalidad en el análisis de la distribución de probabilidad.* Esta teoría solo considera el valor esperado de la distribución. ¿Un decisor será indiferente entre loterías con igual utilidad esperada y diferente varianza? ¿Qué decir de distribuciones no simétricas?
- *Diferencias entre curvas de utilidad halladas por métodos diferentes.*
- *Desconocimiento de la actitud hacia la incertidumbre.* Los decisores tienden a preferir eventos ciertos a eventos inciertos. Esto está ligado al principio de sustitución.



Equivalente Cierto

- La utilidad depende del nivel de riqueza

$$U = f(W)$$

- Si $f'' < 0$, el individuo es averso al riesgo
- Si $f'' > 0$, el individuo es amante del riesgo
- Si $f'' = 0$, el individuo es neutro al riesgo



Equivalente Cierto

- Si se define una lotería Y , con resultados Y_a con probabilidad α , Y_b con probabilidad β , entonces para el averso al riesgo:
 - $U(E(Y)) > E(U(Y))$
 - $U(E(Y)) > \alpha U(Y_a) + \beta U(Y_b)$
- Equivalente cierto: Un nivel de riqueza Y_{ec} . Tal que:
 - $U(Y_{ec}) = E(U(Y))$



Teoría de la Utilidad

Ejemplo

Suponga que Ud. posee \$250.000. Decide comprar una bicicleta que tiene un valor de \$200.000, y además invierte la diferencia en un depósito bancario que le reporta un interés anual de 6%. Según un estudio estadístico, existe una probabilidad de 0,1% que su bicicleta sea robada, con lo que el valor económico de ella sería cero.

Si su función de utilidad es $U(x) = \ln(x)$

¿Cuánto estaría dispuesto a pagar para asegurar su bicicleta al principio del año?



Teoría de la Utilidad

Solución

Tenemos dos posibilidades: comprar la bicicleta y que no me roben, con probabilidad de 0,999, y comprar la bicicleta y que me la roben, con probabilidad de 0,001.

El valor esperado de mi beneficio (x) será de:

$$E(x) = 0.999*(200000+1.06*50000)+0.001*(0+1.06*50000)$$

$$E(x) = 0.999 * 253000 + 0.001 * 53000$$

$$E(x) = 252800$$

Por otro lado, el valor esperado de mi utilidad será:

$$E(U(x)) = 0.999 * \ln(253000) + 0.001 * \ln(53000)$$

$$E(U(x)) = 0.999 * 12441 + 0.001 * 10878$$

$$E(U(x)) = 12,4396$$



Teoría de la Utilidad

Calculamos el equivalente cierto:

$$EC = \exp(E(U(x))) = \exp(12,3496)$$

$$EC = 252609,48$$

Finalmente, la disponibilidad a pagar será:

$$\text{Disp. a pagar} = E(x) - EC = 252800 - 252609,85$$

$$\text{Disp. a pagar} = 190.53$$

Esta disponibilidad a pagar es el premio por riesgo.
Esto es lo máximo que se está dispuesto a pagar.

EJEMPLO

- **Un individuo tiene una riqueza actual de \$100,000.**
- **El próximo año puede perder su automóvil valorado en \$20,000 con probabilidad 25% como consecuencia de un robo.**
- **Función de Utilidad: $U(W)=\ln(W)$.**

Hallar:

i) Utilidad Esperada

ii) Prima Justa (aquella que sólo cubre los costos de indemnizaciones, costos de administración = 0).

iii) Máxima Prima dispuesto a pagar.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERIA INDUSTRIAL

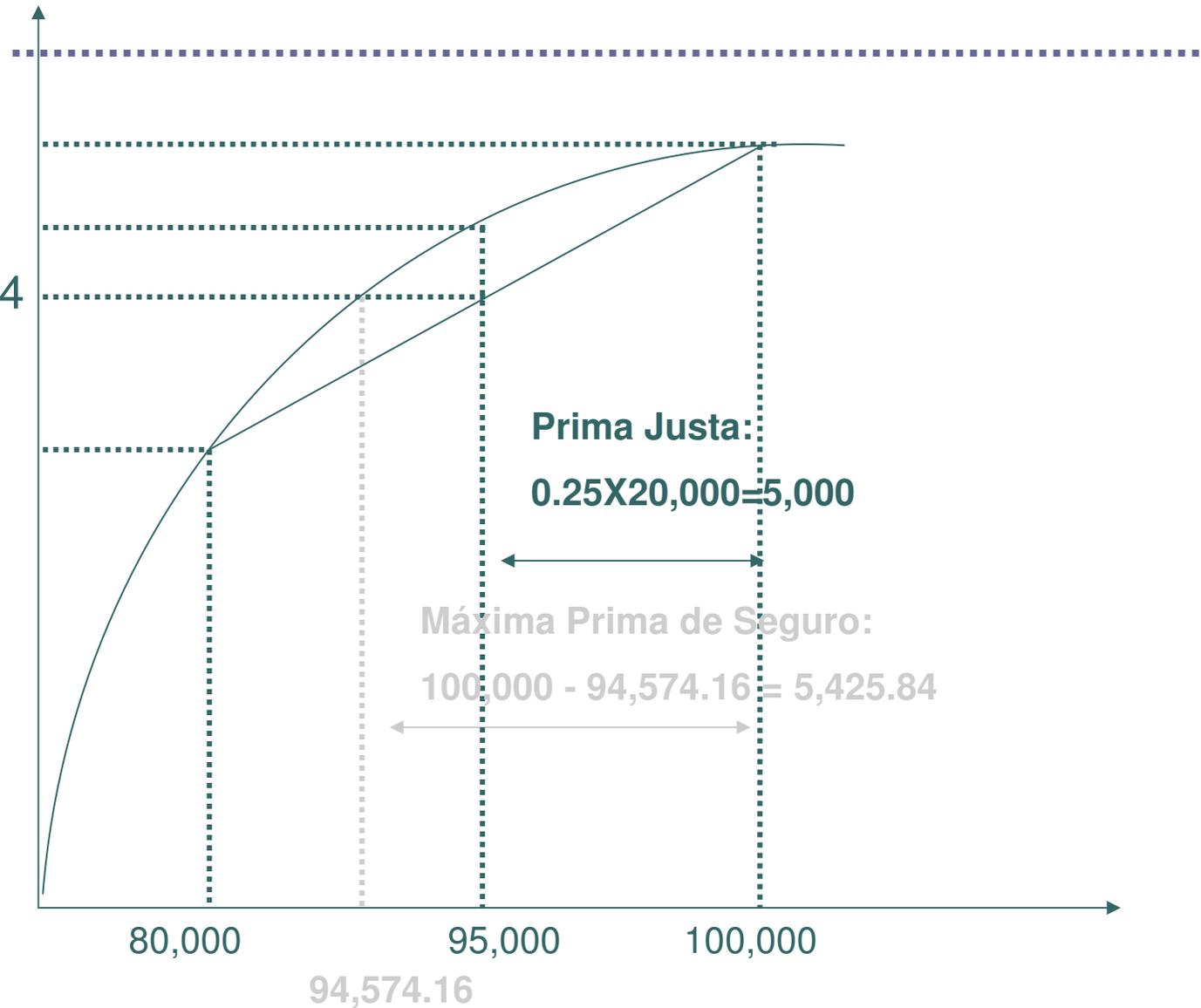
EJEMPLO

IN42A

$$U(x) = 11.51293$$

$$E(U(x)) = 11.45714$$

$$U(x) = 11.28978$$





UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Bibliografía

- Fundamentos de Financiación Empresarial, R. Brealey y S. Myers, Quinta Edición, Capítulo 7,8,9.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERIA INDUSTRIAL

Carteras de Inversión



Carteras de Inversión

CARTERA: combinación de activos o inversiones.

Ejm: cartera de títulos del tesoro

- De la información disponible podemos obtener:
 - r_f : tasa de descuento de proyectos seguros.
 - r_m : tasa de rentabilidad del mercado

$$r_m = r_f + \text{prima por riesgo}$$



Medida del riesgo en la cartera

- Varianza y Desviación típica: son las medidas estadísticas más habituales de la variabilidad.

$$\text{Varianza}(\bar{r}_m) = \sigma^2(\bar{r}_m) = \text{valor esperado de } (\bar{r}_m - r_m)^2$$

Con \hat{r}_m =rentabilidad actual del mercado en el período t y r_m rentabilidad esperada.

$$\text{Desv. típica} = \sigma(\bar{r}_m) = \sqrt{\text{Varianza}(\bar{r}_m)}$$

Estas medidas son índices naturales del riesgo,



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Medida del riesgo en la cartera

- Medida de la Variabilidad de la Cartera
 - En principio, puede estimarse la variabilidad de la cartera, identificando las probabilidades y calculando la varianza o desv. típica, el tema es ¿dónde se obtienen las probabilidades?
 - Una forma es mirar la variabilidad en el pasado, sin embargo no hay ninguna razón para que carteras altamente variables tengan un comportamiento predecible.



Diversificación

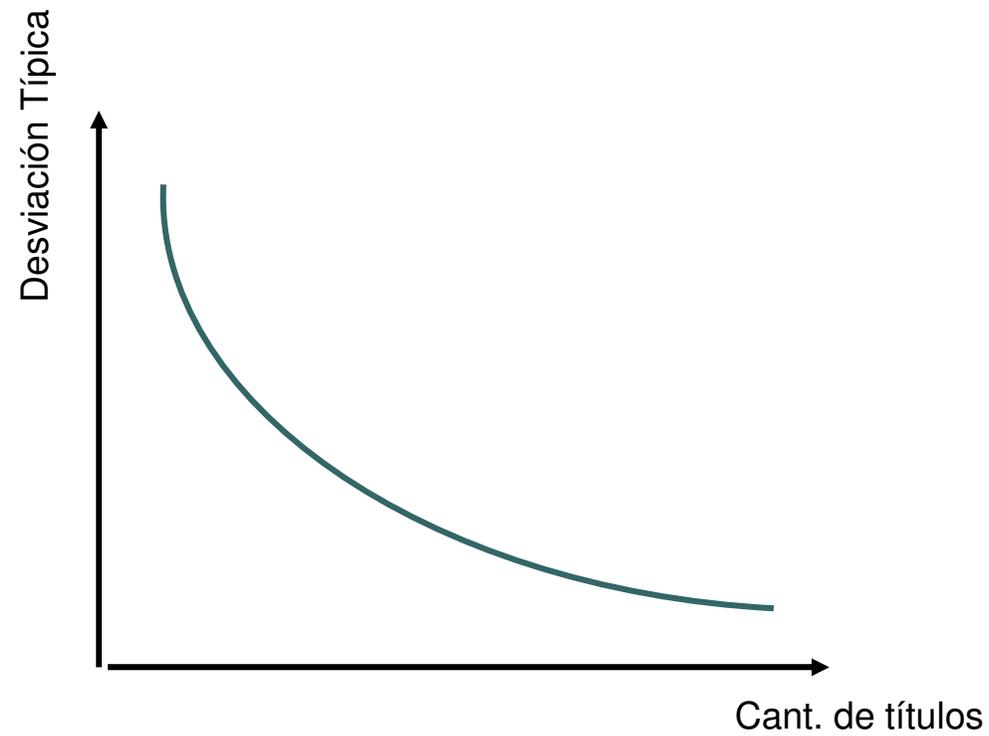
- Podemos calcular medidas de variabilidad tanto para títulos individuales como para carteras.
- La cartera de mercado está formada por acciones individuales, ¿por qué su variabilidad no refleja la variabilidad media de los componentes?. ***Porque la diversificación reduce la variabilidad.***



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERIA INDUSTRIAL

IN42A

Diversificación





UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

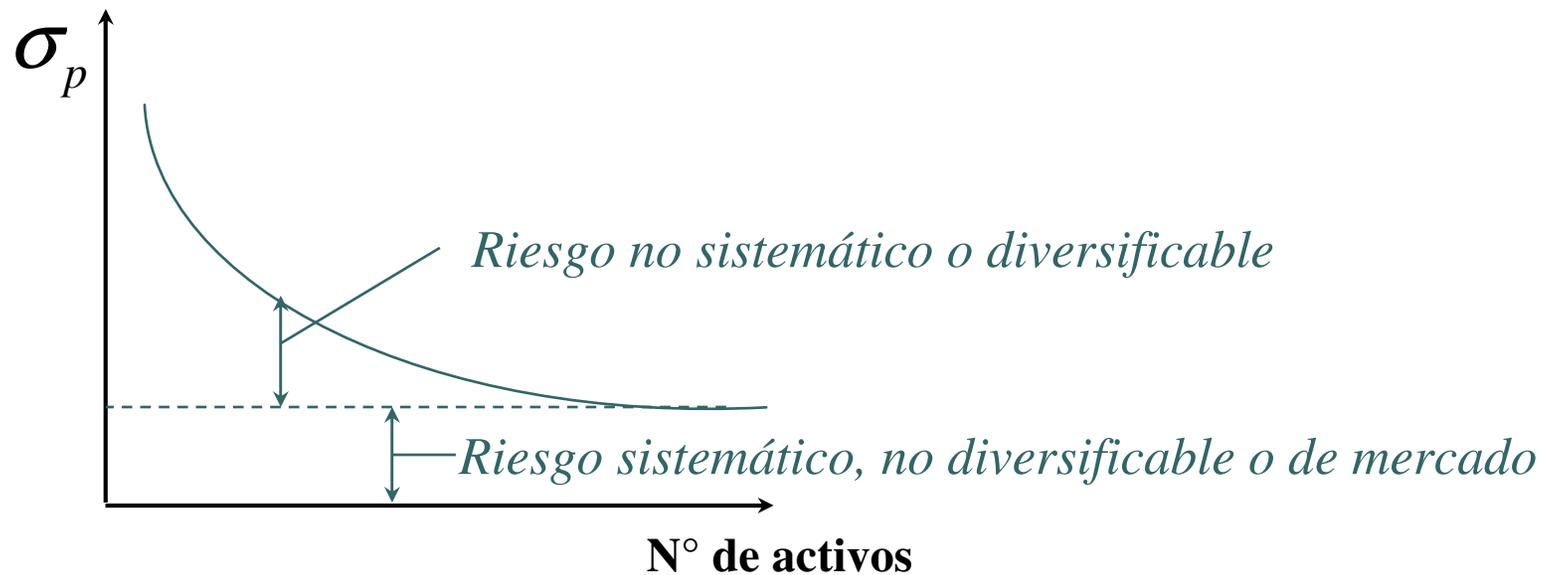
Diversificación

- La disminución de la variabilidad total se produce porque no todos los títulos evolucionan de la misma forma. La caída de uno de los títulos se compensa con la subida de otro, por lo tanto se reduce el riesgo total.



Riesgo

- Los precios de los activos financieros no están perfectamente correlacionados.
- A medida que se van agregando activos a una cartera, la varianza se va reduciendo.





Riesgo

- **Riesgo único** (o diversificable, no sistemático o propio): Aquel que puede ser potencialmente eliminado mediante diversificación.
- **Riesgo de Mercado** (o no diversificable, o no sistemático): Aquel que no puede ser eliminado. Está asociado con factores que afectan a la economía en su conjunto. Por eso las acciones tienden a moverse en el mismo sentido, y esta es la razón por la que se dice que los inversores están expuestos a la “incertidumbre del mercado”.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Riesgo y Diversificación

- Para una cartera razonablemente diversificada, lo único que importa es el riesgo de mercado, por lo tanto la principal fuente de riesgo para un inversor que diversifica es si el mercado sube o baja.



Cartera de 2 acciones

La varianza de una cartera de dos acciones es la suma de las cuatro celdas mostradas en la figura: Donde x_i es la cantidad invertida en la acción i ; σ_i^2 es la varianza de la rentabilidad de la acción i ; σ_{ij} es la covarianza entre las rentabilidades i y j ; y ρ es la correlación.

	ACCIÓN 1	ACCIÓN 2
ACCIÓN 1	$X_1^2\sigma_1^2$	$X_1X_2\sigma_{12} = X_1X_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2$
ACCIÓN 2	$X_1X_2\sigma_{12} = X_1X_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2$	$X_2^2\sigma_2^2$

$$\text{Varianza cartera} = X_1^2\sigma_1^2 + X_2^2\sigma_2^2 + 2(X_1X_2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2)$$



Calculando el riesgo de la cartera

- La mayor parte de las acciones tienden a moverse juntas, ρ es positivo.
- Si las perspectivas de las acciones fueran totalmente independientes, el ρ es cero.
- Si las acciones tendieran a moverse en direcciones contrarias ρ y cov podrían ser negativo.
 - Cuando hay correlación perfecta negativa $\rho=-1$, hay siempre una estrategia de cartera con la cual se elimina completamente el riesgo.



Cartera de n acciones

Las casillas de la diagonal contienen los términos de la varianza ($x_i^2\sigma_i^2$), y las otras contienen los términos de las covarianzas ($x_i x_j \sigma_{ij}$)

Acción

	1	2	3	4	N
1					
2						
3						
4						
N					

Acción

varianza de la cartera =
$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij}$$



Ejemplo: Portafolio de dos activos

Veamos el siguiente ejemplo. Tenemos dos activos, X e Y:

Probabilidad	Retorno de X (%)	Retorno de Y (%)
0.2	11	-3
0.2	9	15
0.2	25	2
0.2	7	20
0.2	-2	6

$$E(X) = 0.2 \times (0.11 + 0.09 + 0.25 + 0.07 - 0.02) = 0.1 \quad \Rightarrow 10\%$$

$$E(Y) = 0.2 \times (-0.03 + 0.15 + 0.02 + 0.2 + 0.06) = 0.08 \quad \Rightarrow 8\%$$

$$\begin{aligned}\text{Var}(X) &= 0.2 \times (0.11-0.1)^2 + 0.2 \times (0.09-0.1)^2 + 0.2 \times (0.25-0.1)^2 \\ &\quad + 0.2 \times (0.07-0.1)^2 + 0.2 \times (-0.02-0.1)^2 \\ &= 0.0076\end{aligned}$$

Análogamente,

$$\text{Var}(Y) = 0.00708$$

$$\text{Cov}(X, Y) = E(X-E(X))(Y-E(Y))$$

$$\begin{aligned}&= 0.2 \times \{(0.11-0.1) \times (-0.03-0.08) + (0.09-0.1) \times (0.15-0.08) \\ &\quad + (0.25-0.1) \times (0.02-0.08) + (0.0701-0.1) \times (0.2-0.08) \\ &\quad + (-0.02-0.1) \times (0.06-0.08)\} \\ &= -0.0024\end{aligned}$$

Esta covarianza **negativa** indica que los retornos de X e Y se mueven en direcciones **opuestas**. Si invertimos en ambos activos a la vez, tenemos un portafolio que es menos riesgoso que mantener cada activo por separado.



Supongamos que invertimos 50% en cada activo. En dicho caso, el retorno del portafolio y su desviación estándar vienen dados por:

$$E(R_p) = 0.5 \times 0.1 + 0.5 \times 0.08 = 0.09 \Rightarrow E(R_p) = 9\%$$

$$\text{Var}(R_p) = (0.5)^2 \times (0.0076) + (0.5)^2 \times (0.00708)$$

$$+ 2 \times 0.5 \times 0.5 \times (-0.0024)$$

$$= 0.0247 \Rightarrow \sigma(R_p) = 4.97\%$$

El retorno esperado se ubica en el punto medio de los retornos ofrecidos por X e Y, pero el riesgo del portafolio es inferior al de X o Y.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE

IN42A

El retorno esperado y la varianza del portafolio dependerán de las proporciones invertidas en X e Y:

% invertido en X	% invertido en Y	$E(R_p)$	$\sigma(R_p)$
100	0	10%	8.72%
75	25	9.5%	6.18%
50	50	9.0	4.97%
25	75	8.5	5.96%
0	100	8.0	8.41%



Límites para la diversificación

- Cuando hay muchas acciones, la cantidad de covarianzas es mucho mayor que el de varianzas, luego, la variabilidad de una cartera bien diversificada se refleja principalmente en la covarianza.

$$\sigma_p^2 = \overline{\text{COV}} = \frac{1}{n^2 - n} \sum \text{COV}_{ij}$$

- ◆ De esta forma la mayor parte de las acciones que el inversionista puede realmente comprar están ligadas a una red de covarianzas positivas que fijan el límite a los beneficios de diversificación.

Es la covarianza media la que constituye el fundamento del riesgo que permanece después de que la diversificación se haya efectuado.



Cómo se afecta el riesgo?

- Cuando diversificamos estamos igualmente interesados en el efecto que cada acción individual tendrá sobre el riesgo de su cartera.

EL RIESGO DE UNA CARTERA BIEN DIVERSIFICADA DEPENDE DEL RIESGO DE MERCADO DE LOS ACTIVOS INCLUIDOS EN LA CARTERA.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERIA INDUSTRIAL

Riesgo y Rentabilidad



Riesgo de la cartera y acción individual

- Si se quiere conocer la contribución de una acción individual al riesgo de una cartera bien diversificada, no sirve medir el riesgo por separado de la acción, sino que su riesgo de mercado.
- La sensibilidad de la acción individual respecto de los movimientos del mercado se denomina **Beta - β**



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERIA INDUSTRIAL

IN42A

Riesgo

Recordando,

RIESGO TOTAL = RIESGO UNICO + RIESGO DE MERCADO.

σ

Diversificable

β



Teoría de Carteras

Cartera compuesta por 2 activos:

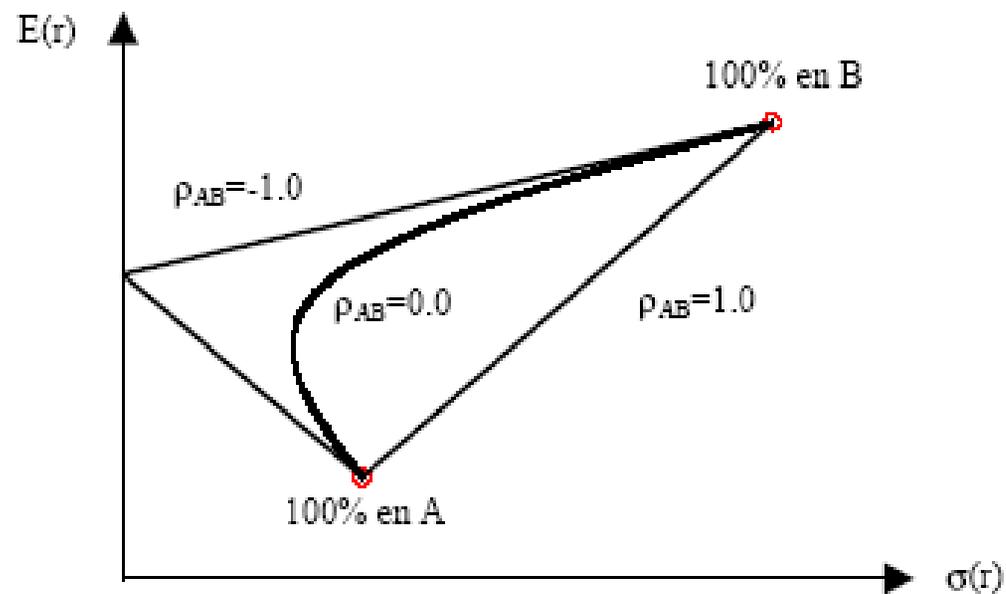
	Activo 1	Activo 2
Retorno Esperado	0,10	0,20
Desviación Estándar	0,10	0,25

- La rentabilidad esperada de la cartera es una función lineal del porcentaje invertido en cada activo, y esta relación no es afectada por el coeficiente de correlación.



Teoría de Carteras

Combinación de dos activos para varias correlaciones.





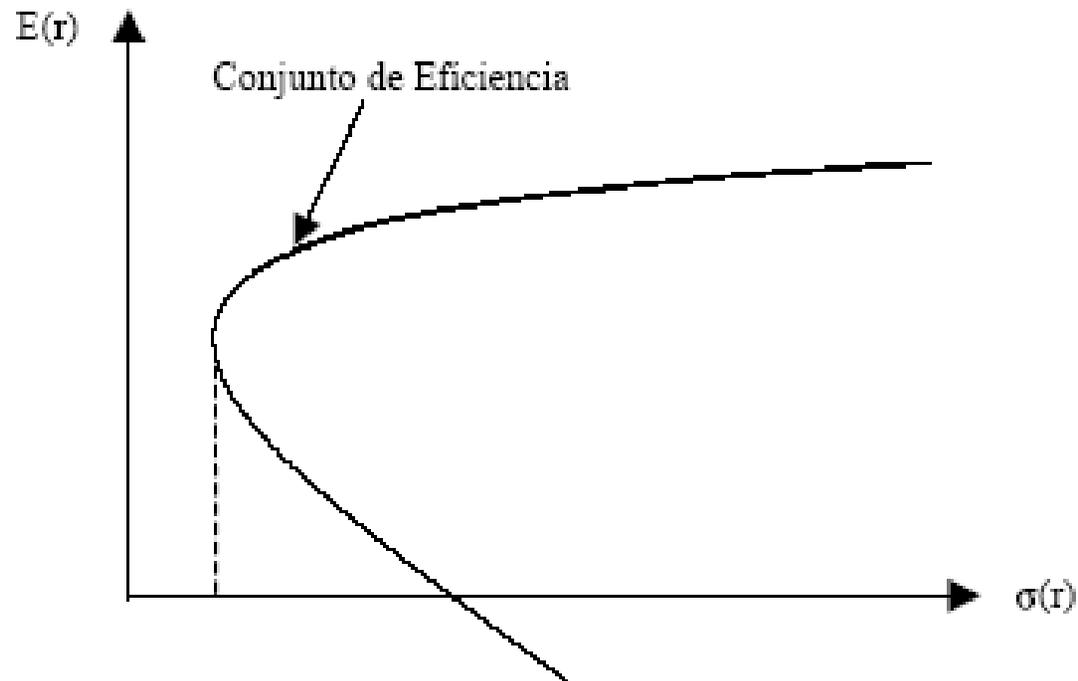
Teoría de Carteras

- El nivel de riesgo de la cartera es afectado por el coeficiente de correlación entre los activos.
- Si $\rho_{AB}=1,0$ existe una intercompensación proporcional entre el riesgo y la rentabilidad esperada.
- Si $\rho_{AB} =0$ entonces ya no existe una relación lineal entre el riesgo y el porcentaje invertido en cada cartera.
- Si $\rho_{AB} =-1.0$, hay correlación inversa perfecta, y existirá una combinación de los activos tal que el riesgo puede ser totalmente eliminado.
- Independiente del coeficiente de correlación, la curva que une los dos activos se llama el conjunto de oportunidades de inversión.



Teoría de Carteras

- Si existen muchos activos riesgosos, la forma general del conjunto de oportunidades de inversión no se altera, pero deja de

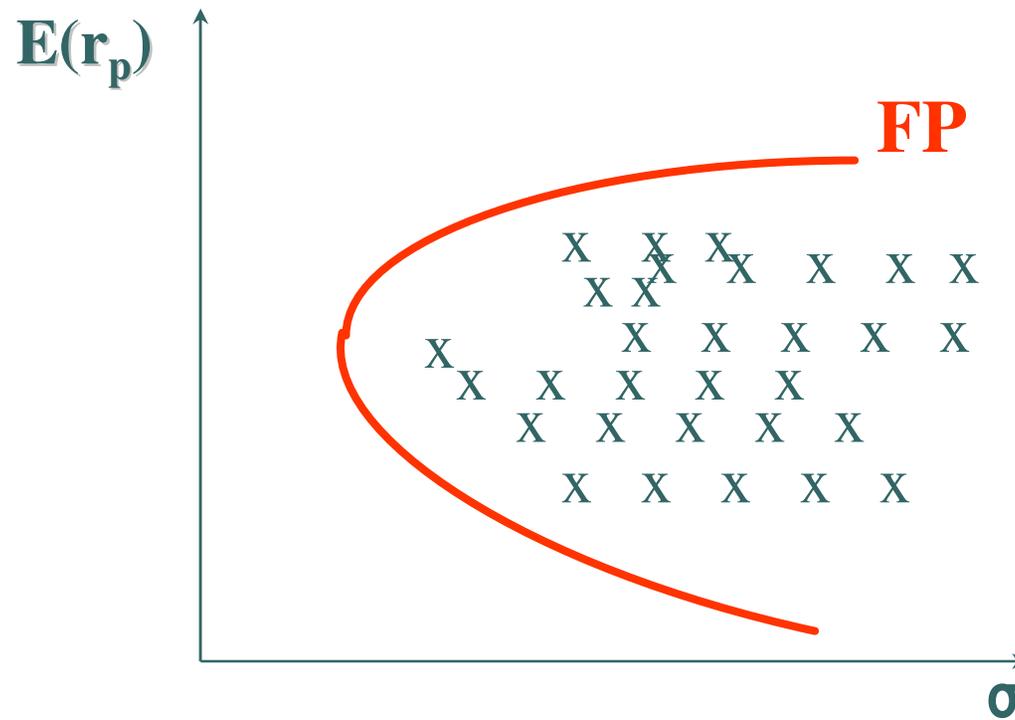




UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERIA INDUSTRIAL

IN42A

Cartera Eficiente





Teoría de Carteras

- Todas las combinaciones que están dentro de la curva son puntos factibles de alcanzar con una adecuada asignación del capital disponible entre los muchos activos riesgosos disponibles.
- No obstante, hay combinaciones que para cualquier grado de aversión al riesgo siempre serán preferibles, porque dado un nivel de riesgo entregan el mayor valor esperado de la rentabilidad o dado un nivel de rentabilidad esperada que entregan el menor riesgo.
- Los activos que se encuentran bajo esta curva se les llama ineficientes.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Teoría de Carteras

- Esto no significa que los activos que se encuentran bajo el conjunto de eficiencia no deban estar en la cartera, sino que deben estar en ella con un menor peso y combinados con otros activos que a través de la correlación disminuyan el riesgo conjunto.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

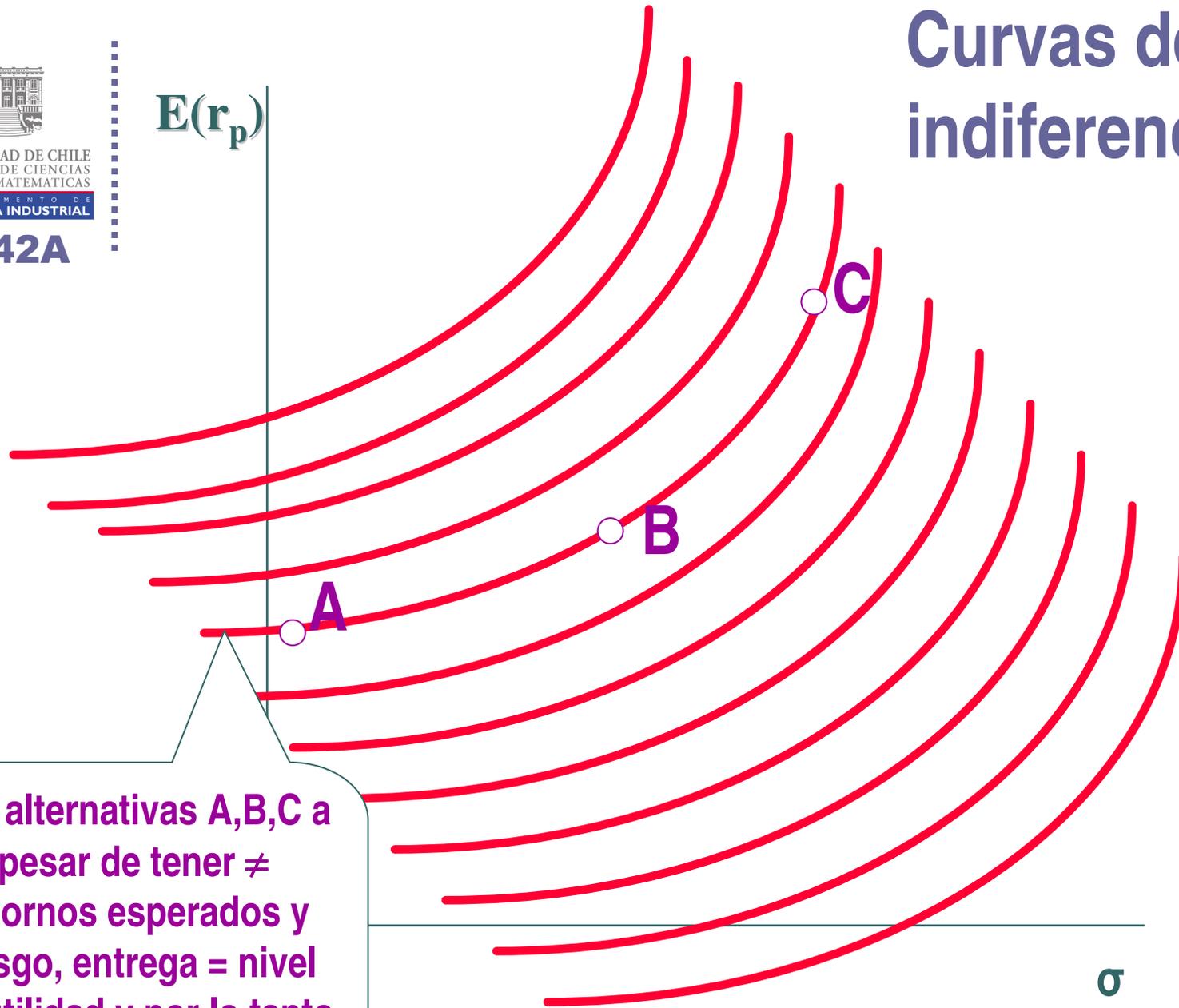
IN42A

Conclusión de Markowitz

- ¿Cómo voy a escoger una combinación de varias acciones?
- Eso depende de la preferencia (las curvas de indiferencia) de las personas
- Podemos representar las preferencias de varias personas así....

$E(r_p)$

Curvas de indiferencia

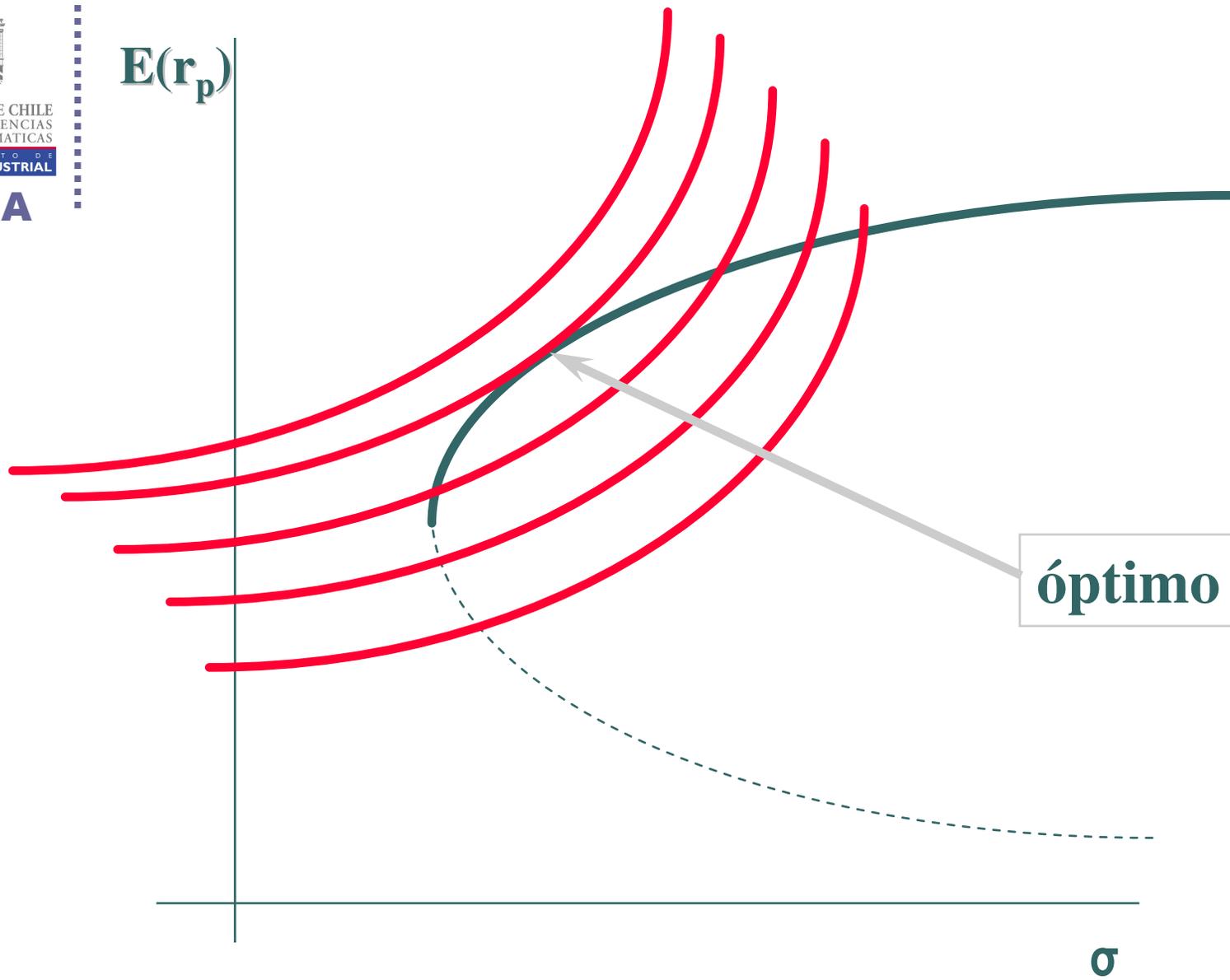


Las alternativas A,B,C a pesar de tener \neq retornos esperados y riesgo, entrega = nivel de utilidad y por lo tanto son indiferentes



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERIA INDUSTRIAL

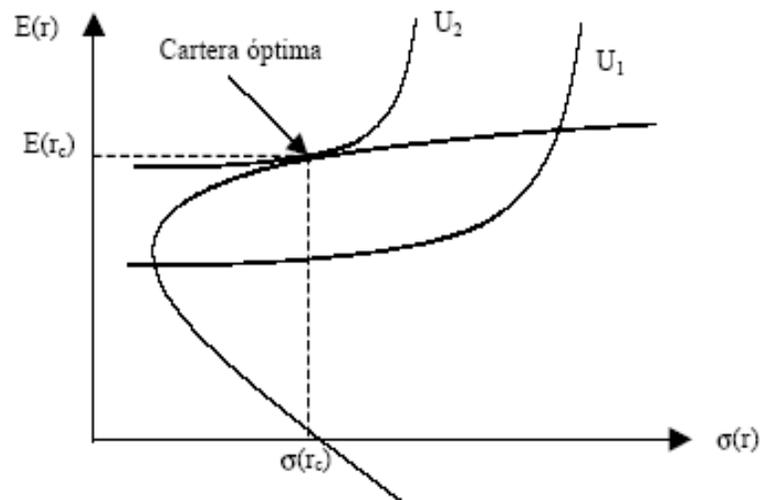
IN42A





Teoría de Carteras

Elige aquella cartera del conjunto de eficiencia que maximiza su utilidad. Es decir, la que es determinada por la tangencia entre la curva de isoutilidad y el conjunto de carteras de eficiencia.



La Frontera de Portafolios Eficiente (FPE)

Un portafolio se dice eficiente si:

- Ningún portafolio tiene el mismo retorno esperado a más bajo riesgo
- Ningún otro portafolio tiene el más alto retorno para un nivel de riesgo dado.

La frontera de portafolios eficientes se logra al resolver:

$$\begin{aligned} \min \sigma_p^2 &= \sum_i \sum_j \alpha_i \alpha_j \sigma_{ij} \\ \text{s.a.} \quad \sum_i \alpha_i E(r_i) &= \bar{r}_p \\ \sum_i \alpha_i &= 1 \end{aligned}$$

O bien

$$\begin{aligned} \max E(r_p) &= \sum_i \alpha_i E(r_i) \\ \text{s.a.} \quad \sigma_p^2 &= \bar{\sigma}_p^2 \\ \sum_i \alpha_i &= 1 \end{aligned}$$



Teoría de Carteras

Ejemplo

- En una economía existen solo dos tipos de activos A, y B. Además que el retorno anual esperado y las volatilidades anuales de cada activo son $R_A = 5\%$, $R_B = 10\%$, y $\text{Sigma}_A = 20\%$ y $\text{Sigma}_B = 10\%$.
- a) Si el coeficiente de correlación entre A y B es cero, encuentre una cartera (es decir una combinación de A y B) que minimice el riesgo total. Calcule la volatilidad y el retorno esperado de dicha cartera.
- b) Cómo cambia su respuesta si el coeficiente de correlación es 1.



Teoría de Carteras

Solución

a) Buscamos σ_{\min} varianza

$$\sigma_C^2 = w^2 \sigma_A^2 + (1-w)^2 \sigma_B^2 + 2w(1-w) \rho_{AB} \sigma_A \sigma_B$$

Resolviendo $\frac{d\sigma_C^2}{dw} = 0$

Llegamos al w óptimo $w = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_A \sigma_B \rho_{AB}}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2\rho_{AB} \sigma_A \sigma_B}$



Teoría de Carteras

Reemplazando por los datos del problema, obtenemos:

Activos	r	Sigma i	wi
A	0,05	0,2	0,2
B	0,1	0,1	0,8

- O sea, el inversionista debe construir una cartera en la que el 20% de su inversión esté en el activo A y el 80% en B.
- El retorno de la cartera está dado por $r_c = w \cdot r_A + (1 - w) \cdot r_B = 9\%$
- La volatilidad está dada por $\sigma_c = 8,9\%$



Teoría de Carteras

- b) Reemplazando en las relaciones anteriores, pero ahora considerando $\rho_{AB} = 1$, llegamos a

Activos	r	Sigma i	wi
A	0,05	0,2	-1
B	0,1	0,1	2
Coef. Corr	1		
Sigma c	0,000		
rc	0,150		

- O sea, si el inversionista tiene 1\$ como capital para invertir, debe vender 1\$ del activo A y comprar 2\$ del activo B.
- El retorno de la cartera está dado por $r_C = w \cdot r_A + (1-w) \cdot r_B = 15\%$
- La volatilidad está dada por $\sigma_C = 0\%$



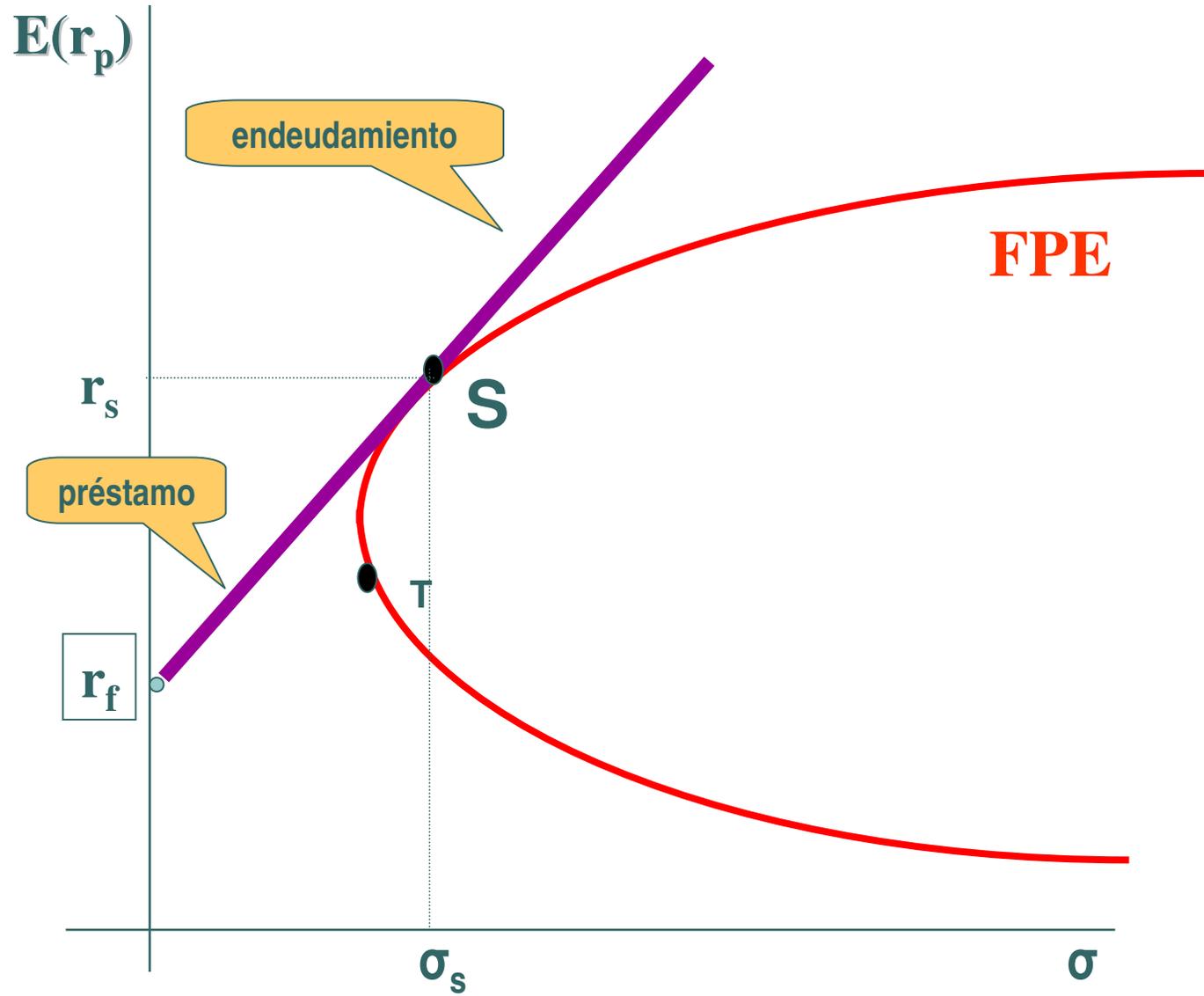
Introducamos el préstamo y el endeudamiento

- Supuesto: se puede endeudar o prestar dinero al mismo tipo de interés libre de riesgo r_f .
- Si se invierte parte del dinero en letras del Tesoro (prestar) y se coloca el resto en una cartera S , se puede obtener cualquier combinación de rentabilidad esperada y riesgo de las que se encuentran sobre la línea que une r_f y S .
- Dado que el endeudamiento no es más que un préstamo negativo, se puede aumentar el abanico de posibilidades hacia la derecha de S tomando un préstamo a la tasa r_f e invertirlo como si fuera propio en la cartera S .



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERIA INDUSTRIAL

IN42A





UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

- De la figura anterior se puede ver que independiente del nivel de riesgo que elija, se puede conseguir mayor rentabilidad esperada combinando la cartera S y el préstamo o endeudamiento; no hay ninguna razón para mantener por ejemplo la cartera T (cartera ineficiente).



Modelo de equilibrio de activos financieros

(Sharpe, Lintner y Treynor)

- Recordemos que β es la medida del riesgo no diversificable.
 - Letras del tesoro: $\beta=0$ (no tienen riesgo)
 - Acciones ordinarias: $\beta=1$ (riesgo medio del mercado)
- La diferencia entre la rentabilidad de mercado y el tipo de interés se denomina *prima por riesgo* $=r-r_f$
- ¿Cuál es la prima por riesgo si β no es 0 ni 1?
- *El modelo de equilibrio financiero da la respuesta, establece que en un mercado competitivo, la prima de riesgo esperado varía en proporción directa con β , esto significa que todas las inversiones deben situarse a lo largo de la recta conocida como línea de mercado de capitales.*



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERIA INDUSTRIAL

IN42A

$E(r_p)$

LMC

r_m

M

Cartera de Mercado

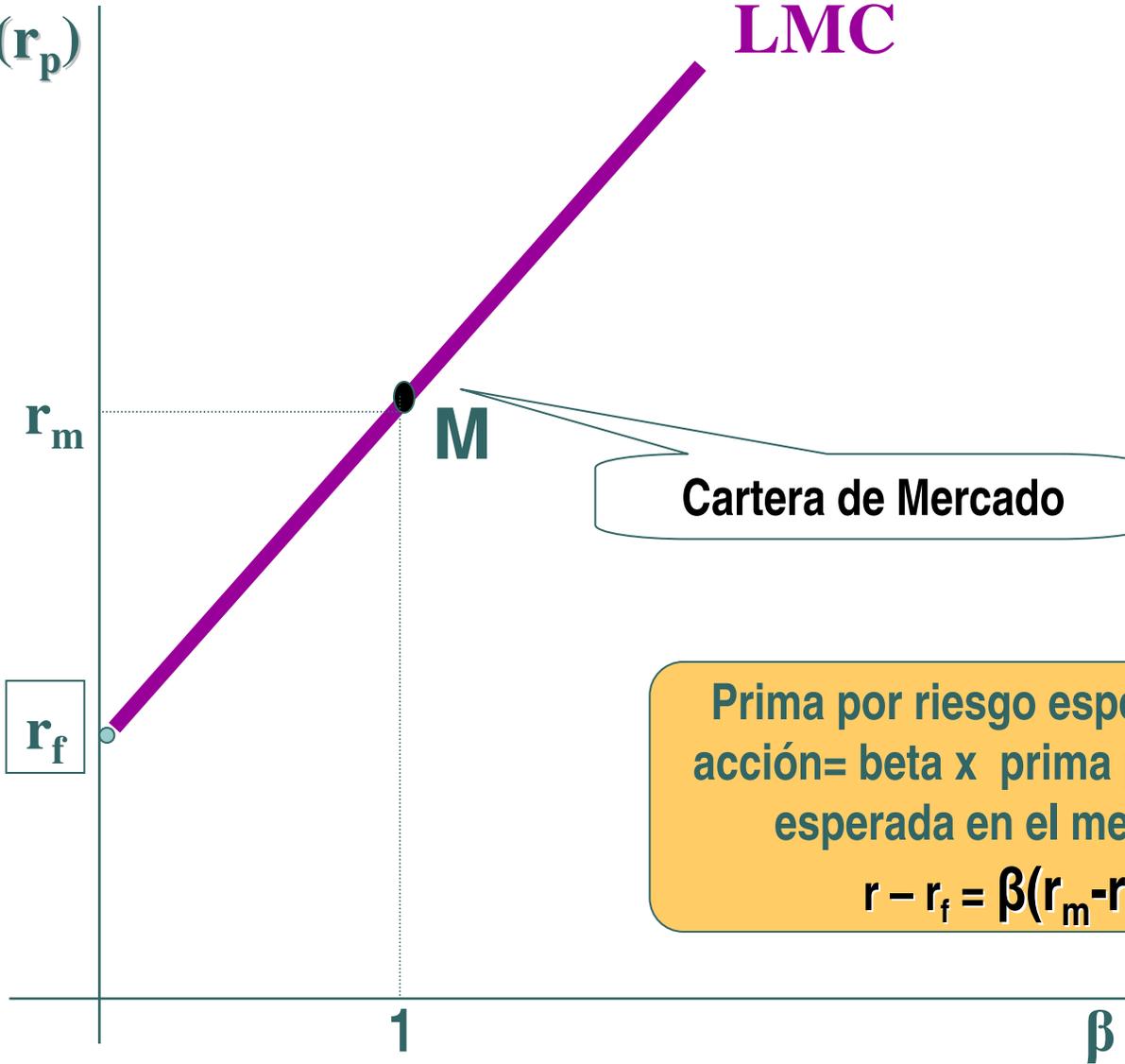
r_f

Prima por riesgo esperada por acción = beta x prima por riesgo esperada en el mercado

$$r - r_f = \beta(r_m - r_f)$$

1

β





UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

La línea del mercado de capitales (Capital Market Line)

- Independientemente de la aversión al riesgo de los inversionistas, estos combinarán el activo M y el libre de riesgo. La aversión al riesgo sólo afecta los porcentajes de inversión entre los activos.
- La cartera riesgosa M (en la que todos los inversionistas invertirán) se llama cartera de mercado de activos riesgosos. La cartera de mercado se define como la cartera formada por todos los activos en la economía según sus pesos de valor de mercado.



$E(r_p)$

LMC

$$E(r_p) = r_f + \beta \sigma_p$$

Pend LMC =
 $[E(r_m) - r_f] / \sigma(r_m)$

FPE

r_m

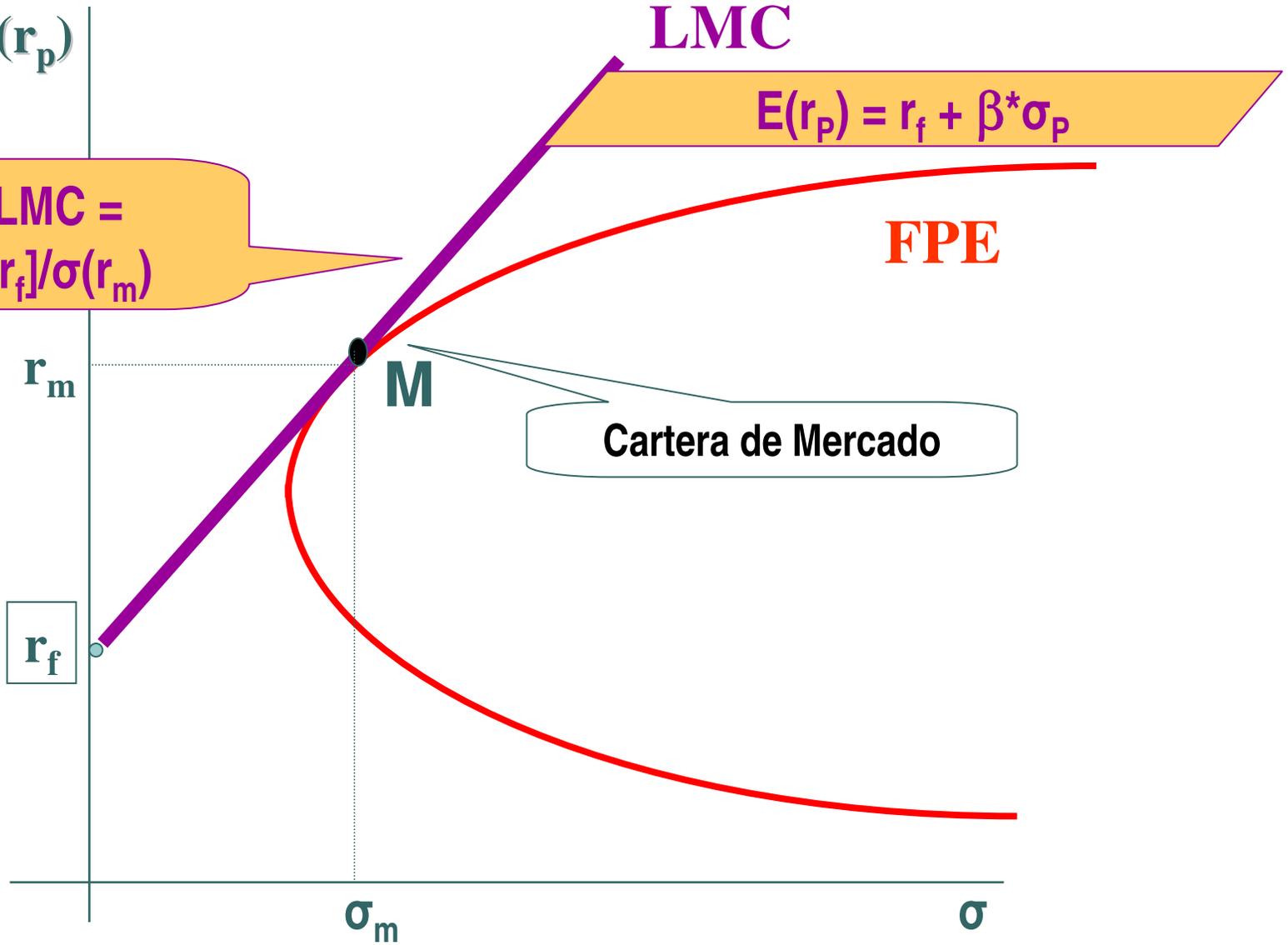
M

Cartera de Mercado

r_f

σ_m

σ





UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

CAPM: Capital Asset Pricing Model

Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM)

Supuestos:

- Modelo discreto y de un solo periodo.
- Inversionistas aversos al riesgo.
- Maximizan su utilidad esperada al fin del período.
- Todos tienen la misma frontera eficiente.
- Los portafolios quedan caracterizados por su media y varianza
- Existe una tasa libre de riesgo r_f a la cual se puede prestar y pedir prestado.
- Todos los activos son transables y perfectamente divisibles.
- No existen costos de transacción.
- Todos los inversionistas tienen información disponible sin costo.
- No existen impuestos ni regulaciones.



Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM)

Luego, el modelo CAPM, que permite calcular el retorno exigido a un activo o acción es:

$$E(r_i) = r_f + \beta_i * (r_m - r_f)$$

Con:

$E(r_i)$ = retorno exigido al activo i

r_f = retorno del activo libre de riesgo

β_i = parámetro beta del activo i

r_M = retorno promedio del mercado



El modelo CAPM

- El Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM) indica que la rentabilidad esperada de un activo riesgoso es igual a la tasa libre de riesgo más un premio por riesgo.
- A mayor riesgo del activo, mayor es la rentabilidad exigida por el mercado.
- El riesgo relevante para un activo es su contribución al riesgo de la cartera de mercado. Este riesgo, denominado *riesgo sistemático* o *de mercado*, se mide a través del coeficiente *beta* del activo.
- El resto del riesgo del activo es eliminable mediante la diversificación, por lo que no se exige compensación.



El modelo CAPM

- El premio por riesgo exigido al activo es independiente del grado de aversión al riesgo de los inversionistas individuales. Es un parámetro de mercado.
- El coeficiente beta se define como:

$$\beta_i = \frac{Cov(r_i, r_M)}{Var(r_M)} = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}$$

- Pero como $\sigma_{iM} = \rho_{iM} \sigma_i \sigma_M$, entonces también:

$$\beta_i = \frac{COV(i, m)}{V(m)} = \frac{\rho_{i,m} \sigma(i)}{\sigma(m)}$$



El modelo CAPM

La magnitud de β nos indica la relación entre la rentabilidad esperada y el riesgo no diversificable del activo i y el mercado:

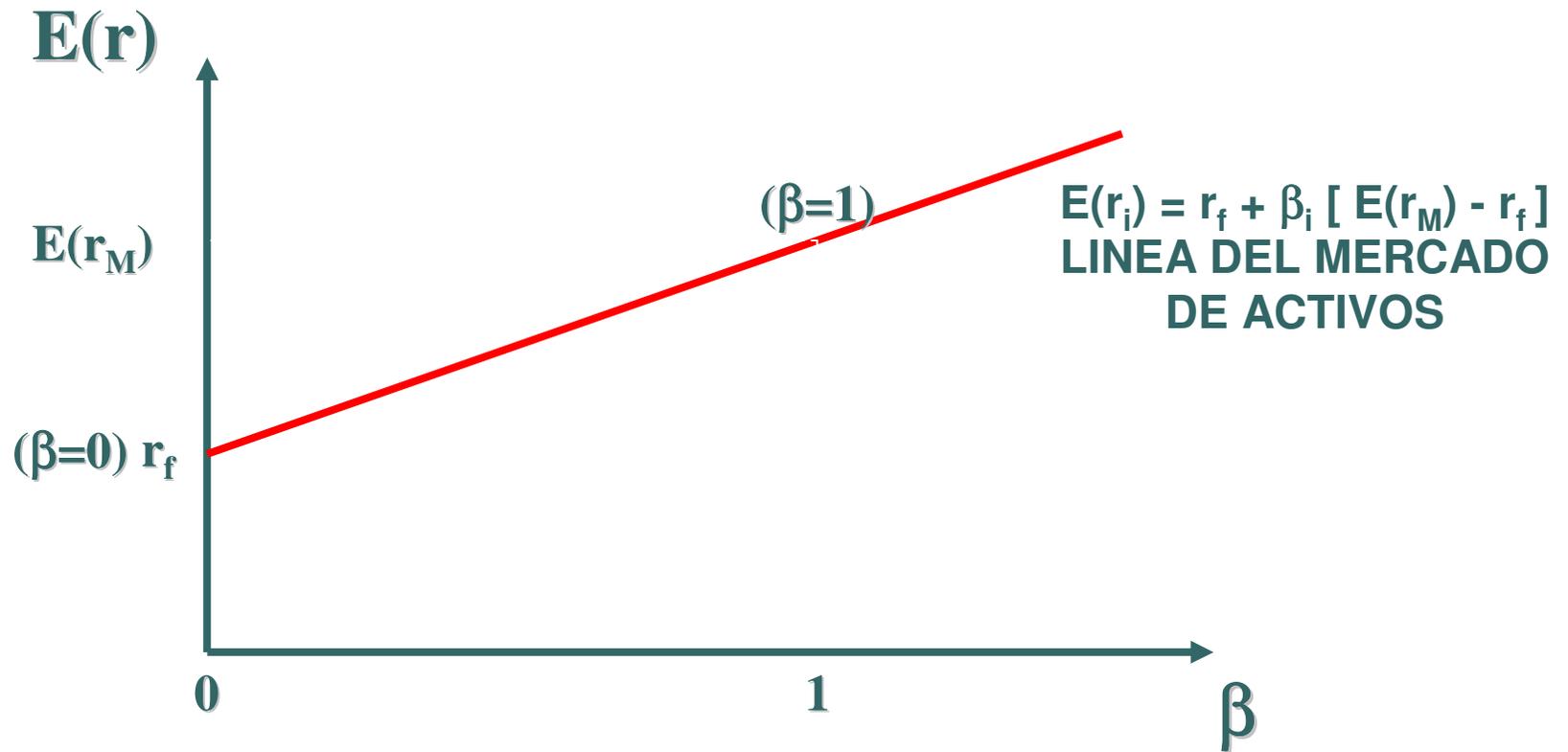
- Si $\beta_i < 1$ el activo i tiene una rentabilidad esperada menor a la de mercado pero con menor riesgo no diversificable.
- Si $\beta_i > 1$ el activo i tiene una rentabilidad esperada mayor a la de mercado pero a un mayor riesgo no diversificable.
- Si $\beta_i = 1$ el activo i es el portafolio de mercado.
- Si $\beta_i = 0$ el activo i es el activo libre de riesgo.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERIA INDUSTRIAL

IN42A

El modelo CAPM



Características del β

- El coeficiente β tiene la propiedad de ser lineal:

$$\beta_p = w\beta_x + (1 - w)\beta_y$$

- El β de un activo refleja las características de la industria y las políticas administrativas que determinan la forma en la que la rentabilidad fluctúa en relación con las variaciones en la rentabilidad general del mercado.
- Si el ambiente económico general es estable, si las características de la industria permanecen sin cambiar y las políticas de la administración tienen continuidad, la medida del β será relativamente estable cuando se calcule para diferentes periodos de tiempo.
- Existe bastante evidencia empírica del modelo, y en la mayoría de los mercados financieros el coeficiente β se calcula para todas las acciones y sectores industriales.
- La intercompensación entre riesgo y rentabilidad dada por el CAPM requiere que todos los proyectos ganen por lo menos la rentabilidad exigida por el mercado sobre proyectos de riesgo equivalente.



VPN de proyectos riesgosos según CAPM

$$VPN_i = -E(Inv) + \sum_{t=1}^n \frac{E(FC_t)}{(1 + E(r_i))^t}$$

$$VPN_i = -E(Inv) + \sum_{t=1}^n \frac{E(FC_t)}{(1 + r_f + \beta_i * (r_m - r_f))^t}$$

- El hecho que usemos la misma tasa de descuento ajustada por riesgo durante toda la vida del proyecto supone que el β del proyecto es el mismo durante todo el tiempo. Esto puede ser un supuesto inválido, particularmente en caso de nuevos productos, los cuales tienden a ser altamente sensibles a algunas etapas del proyecto.



Una aclaración

¿Es más atractiva una empresa diversificada que una no diversificada?

- En un mercado competitivo y de capitales amplios, la diversificación ni quita ni agrega valor a la empresa, el valor total es simplemente la suma de las partes.
- $V(AB) = V(A) + V(B)$, donde $V(A)$ y $V(B)$ se valoran como si fueran mini empresas en las que los accionistas pudiesen invertir directamente.
- El verdadero costo de capital depende del uso que se hace del capital. El costo de capital de la empresa es la tasa de descuento apropiada para aquellos proyectos que tienen el mismo riesgo que la empresa, pero NO para aquellos que son más seguros o más arriesgados que la media de los proyectos de la empresa.



El modelo de equilibrio de activos financieros

4 Principios básicos para la selección de carteras:

- **Los inversores prefieren una rentabilidad esperada alta y una desviación típica baja.**
- **Si quiere conocer el impacto marginal de una acción sobre el riesgo de una cartera, no debe evaluar el riesgo de la acción en forma aislada, sino su contribución al riesgo de la cartera. Esta contribución depende de la sensibilidad de las acciones a las variaciones en el valor de la cartera.**
- **La sensibilidad de una cartera a las variaciones en el valor de la cartera de mercado es conocida como beta. Por lo tanto, β , mide la contribución marginal de una acción al riesgo de la cartera de mercado.**
- **Si los inversores pueden endeudarse y prestar a r_f , debería mantener siempre una combinación de la inversión libre de riesgo y de una cartera ordinaria. La composición dependerá de las perspectivas de estas acciones y no de la actitud frente al riesgo.**



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

El modelo de equilibrio de activos financieros

- **La prima por riesgo demandada es proporcional a beta.**
- **Las primas por riesgo siempre reflejan la contribución al riesgo de la cartera**
- **Si la cartera es eficiente, existe una relación lineal entre la rentabilidad esperada de cada acción y su contribución marginal al riesgo de la cartera. (si no existe relación lineal, la cartera no es eficiente)**



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Efectos de la Estructura de Capital sobre el Costo de Capital

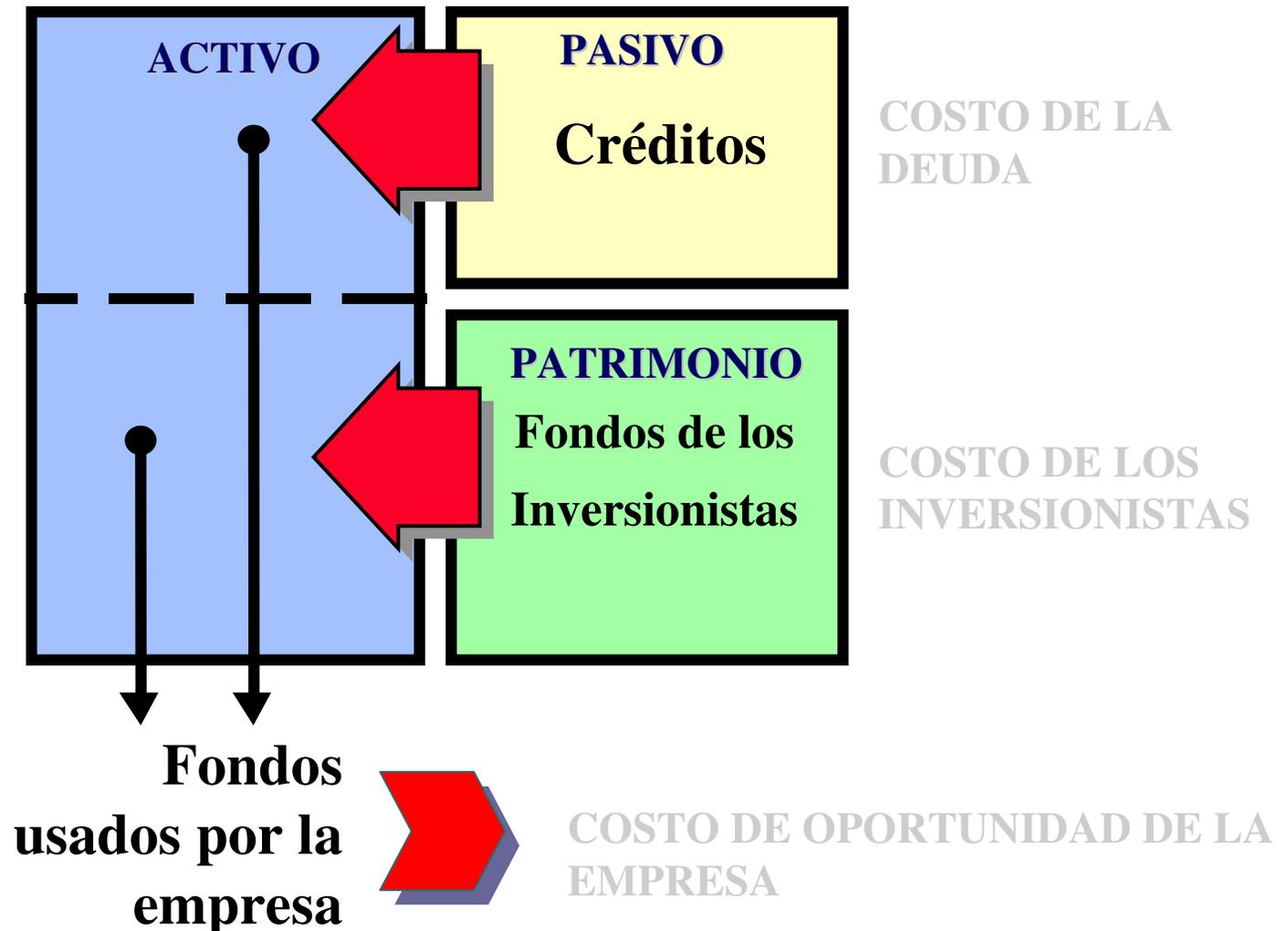
- **Hasta el momento, hemos supuesto que la firma y sus proyectos se financian con capital propio (no hay deuda), y que no hay impuestos. En esta parte nos interesa el efecto de la deuda sobre el costo de capital de una empresa.**
- **Como “Estructura de Capital” se entiende la forma de financiar los activos de una empresa. Hay dos fuentes básicas de financiamiento: deuda y patrimonio.**



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERIA INDUSTRIAL

IN42A

Estructura de capital de la empresa





UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Efectos de la Estructura de Capital sobre el Costo de Capital

- El valor de la empresa está dado por el valor de los activos, que es igual a la suma del valor de la deuda más el valor del patrimonio:

$$\mathbf{A = D + P = V} \quad (\mathbf{A \text{ Valores de Mercado}})$$

- Modigliani y Miller demostraron que, en ausencia de impuestos, el valor de una empresa es independiente de su estructura de financiamiento (Proposición I de MM). Esto se explica porque el valor de la empresa está determinado por la calidad de sus activos, y no por la forma en que se financia.



Costo de la Deuda

- Los préstamos o bonos, deben generar un flujo de pago en fechas futuras determinadas, en un monto que generalmente es mayor al capital obtenido originalmente. Esto se debe al pago de los intereses, que compensa el servicio de financiamiento.
- Si se consigue un préstamo al 10% anual, entonces el costo de la deuda será de 10% (r_D).
- Debido a que existen impuestos, y los intereses son deducibles de impuestos, entonces el costo de la deuda después de impuesto es:

$$r_D * (1-t)$$

Ejemplo

- Supongamos que un proyecto requiere una inversión de \$100.000 que se financia con deuda, y se puede lograr una utilidad de \$30.000.
- Supongamos una tasa de interés anual de $r_D=10\%$ e impuestos por 15% sobre las utilidades.

	Con Deuda	Sin Deuda
Utilidad Antes de Impuestos	30.000	30.000
Intereses (10%)	-10.000	
Utilidad Antes de Impuestos	20.000	30.000
Impuestos (15%)	- 3.000	-4.500
Utilidad después de Impuestos	17.000	25.500

- Así, el costo de la deuda es $(25.500-17.000) = 8.500$, es decir 8,5%, que equivale a $r_D^*(1-t) = 10\% (1-15\%)$

Costo del Capital Propio (o del Patrimonio): r_P

- Representa la parte de inversión que se realiza con capital propio.
- Para una empresa, Capital Propio puede representar parte de Utilidades retenidas para ser reinvertidas o nuevos aportes de los socios.
- ¿Cuándo los Accionistas estarán dispuestos a financiar? Los inversionistas estarán dispuestos a destinar recursos a un nuevo proyecto, si la rentabilidad esperada compensa los resultados que podría obtener si destina esos recursos a otra alternativa de inversión de igual riesgo.

Costo del Capital Propio (o del Patrimonio): r_P

- El inversionista tiene, regularmente, un set de oportunidades de inversión, tales como: carteras de inversión, depósitos con cero riesgo, inversiones en proyectos alternativos, etc.
- El Costo de Oportunidad de su inversión, es la mejor inversión alternativa, en términos de su retorno, que tiene el mismo nivel de riesgo.
- Para determinar el Costo del Capital propio, emplearemos el CAPM, así entonces el r_P , será igual a una tasa libre de riesgo, más un premio por riesgo:

$$r_P = r_f + (E(r_m) - r_f) * \beta_P$$



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERIA INDUSTRIAL

IN42A

Costo del Capital Propio (o del Patrimonio): r_P

en donde: $E(r_m)$ es el retorno esperado de la cartera de mercado (que incorpora todos los activos de la economía), r_f es la tasa libre de riesgo (Ej. Bonos del Tesoro) y β_P es el coeficiente de riesgo sistemático de las acciones (patrimonio).

Por ejemplo: Si la tasa libre de riesgo es 5,5%, el retorno de mercado se considera en un 10,3% y el beta del patrimonio es 1,8.

$$r_P = 5,5 + (10,3 - 5,5) * 1,8 = 14,14\%$$

Es importante saber que el riesgo del patrimonio se incrementa con el nivel de endeudamiento (sube su beta), por lo que los accionistas exigirán un retorno mayor.



Costo de Capital (r_A)

- Sabemos que la utilidad operacional satisface proporcionalmente los requerimientos de rentabilidad de aquellos que poseen derechos sobre los activos, es decir, de los acreedores (por la deuda), y de los accionistas (por el patrimonio).
- Luego, la rentabilidad esperada de los activos es igual al promedio ponderado de las rentabilidades esperadas de la deuda y del patrimonio:

$$r_A = \frac{D}{D+P}(1-t)r_D + \frac{P}{D+P}r_P$$

- *Este es el Costo Promedio Ponderado del Capital. Nos entrega el costo de capital para proyectos idénticos a la empresa (mismo riesgo, misma razón de endeudamiento).*



Efectos de la Estructura de Capital sobre el Costo de Capital

- Reordenando esta ecuación para obtener una expresión para r_P :

$$r_P = r_A + \frac{D}{P} (r_A - r_D)$$

- Esta es la Proposición II de Modigliani y Miller: la rentabilidad esperada de las acciones crece proporcionalmente a la razón de endeudamiento (D/P) expresada en valores de mercado. La tasa de crecimiento depende del diferencial entre r_A y r_D . Notese que $r_P = r_A$ cuando $D=0$.



Efectos de la Estructura de Capital sobre el Costo de Capital

- Supongamos dos empresas iguales, que sólo se diferencian en la estructura de financiamiento:

Empresa 1:

P = Patrimonio = \$10.000

D = Deuda = \$0

V = Activos = \$10.000

Empresa 2:

P = Patrimonio = \$5.000

D = Deuda = \$5.000

V = Activos = \$10.000

- En nuestro ejemplo, como ambas empresas son idénticas, tienen la misma utilidad operacional:

\$2.000 con probabilidad 30%

\$2.500 con probabilidad 40%

\$3.000 con probabilidad 30%

- El costo de la deuda es $r_D = 10\%$.



Efectos de la Estructura de Capital sobre el Costo de Capital

- Calculamos la rentabilidad de las acciones de cada empresa:

Probabilidad del Resultado	30%	40%	30%
Empresa 1			
Utilidad Operacional	2000	2500	3000
Intereses	0	0	0
Utilidad Neta	2000	2500	3000
Rentabilidad del Patrimonio	20%	25%	30%
Rentabilidad esperada	25%		
Desviación Estándar	7,1%		
Empresa 2			
Utilidad Operacional	2000	2500	3000
Intereses	-500	-500	-500
Utilidad Neta	1500	2000	2500
Rentabilidad del Patrimonio	30%	40%	50%
Rentabilidad esperada	40%		
Desviación Estándar	14,1%		



Efectos de la Estructura de Capital sobre el Costo de Capital

- Vemos que el efecto del endeudamiento es aumentar la rentabilidad de las acciones (efecto *apalancamiento*), pero no su precio. Vemos que también aumenta el riesgo de las acciones.

- La rentabilidad esperada de los activos está dada por:

$$r_A = \frac{\text{util. operacional esperada}}{\text{valor de la empresa} = \text{valor de los activos}}$$

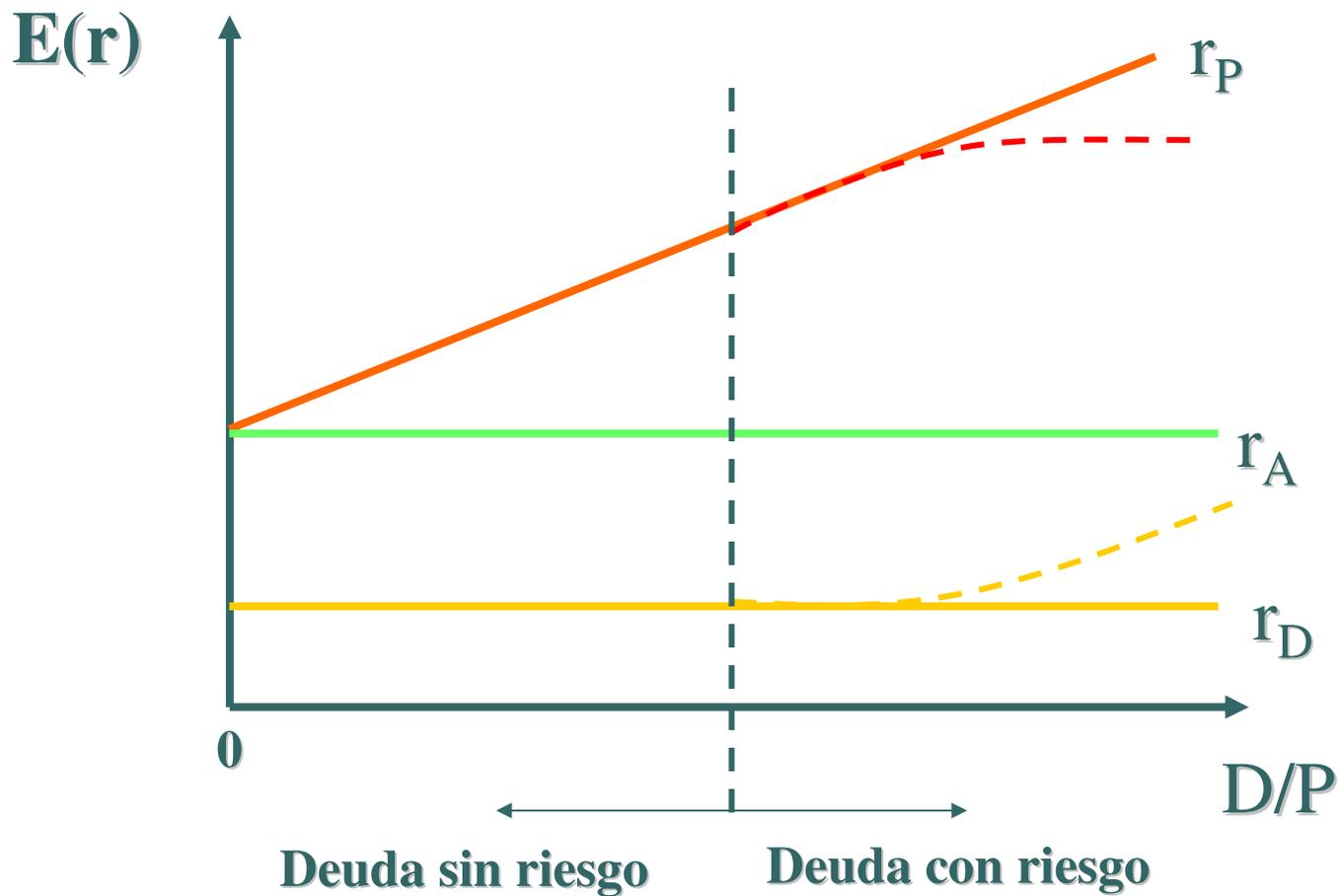
- r_A es constante, ya que sabemos que la estructura de capital no influye en el valor de mercado de los activos ni en su utilidad operacional (si no hay impuestos).



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERIA INDUSTRIAL

IN42A

Efectos de la Estructura de Capital sobre el Costo de Capital





Efectos de la Estructura de Capital sobre el Costo de Capital

- De acuerdo a lo anterior, en nuestro ejemplo, la rentabilidad de los activos equivale a la rentabilidad del patrimonio cuando la empresa no tiene deuda, que es el caso de la empresa 1: $r_A = 25\%$. Calculamos la rentabilidad de las acciones r_P cuando la empresa está endeudada:

$$r_P = r_A + \frac{D}{P}(r_A - r_D) = 25\% + \frac{5000}{5000}(25\% - 10\%) = 40\%$$

- Es exactamente la rentabilidad que resulta en el ejercicio numérico para las acciones de la empresa 2. El costo de capital promedio ponderado de la empresa 2 es:

$$r_A = \frac{D}{D+P}r_D + \frac{P}{D+P}r_P = \frac{5000}{10000}10\% + \frac{5000}{10000}40\% = 25\%$$



Efectos de la Estructura de Capital sobre el Costo de Capital

- Respecto del riesgo:

$$\beta_A = \frac{D}{D+P} \beta_D + \frac{P}{D+P} \beta_P$$

- Reordenando:

$$\beta_P = \beta_A + \frac{D}{P} (\beta_A - \beta_D)$$

- Al aumentar el endeudamiento, aumenta el riesgo de las acciones (no de los activos). Luego el incremento que se produce en la rentabilidad de las acciones es compensado por un incremento de su riesgo, por lo que el precio de las acciones no cambia.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

El Impuesto a las Utilidades y la Estructura de Capital

- La financiación mediante deuda tiene un efecto importante sobre la decisión de la estructura de capital: los intereses que pagan las empresas son un gasto deducible de impuestos.
- Supongamos dos empresas idénticas. La empresa P está financiada sólo con patrimonio, mientras que la empresa L tiene una deuda de \$2.000 al 10%.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERIA INDUSTRIAL

IN42A

El Impuesto a las Utilidades y la Estructura de Capital

	P	L
Utilidades antes de intereses e impuestos	1.000	1.000
Intereses pagados a acreedores (10%)	0	200
Utilidades antes de impuestos	1.000	800
Impuesto (15%)	150	120
Utilidad para los accionistas	850	680
Utilidad para los acreedores	0	200
Disponibile para accionistas y acreedores	850	880
Ahorro fiscal por intereses	0	30



El Impuesto a las Utilidades y la Estructura de Capital

- El pago de impuestos de la empresa L es \$30 menor que el de P. Estos \$30 son el ahorro fiscal proporcionado por la deuda de L.
- Se origina, porque en el caso de la empresa endeudada, el gobierno deja de percibir esos \$30. En el fondo, el gobierno paga el 15% de los intereses de L.
- El ahorro de impuestos es un activo con valor. El ahorro de impuestos de un período está dado por:

$$\text{Ahorro Fiscal} = t \cdot r_D \cdot D \quad (\text{Escudo Tributario})$$

- donde D es el monto de deuda de la empresa, r_D la tasa de interés de la deuda, y t la tasa de impuestos a las utilidades de la empresa.



El Impuesto a las Utilidades y la Estructura de Capital

- Suponiendo que la empresa mantiene ese nivel de deuda en forma permanente, es decir, la va renovando a medida que va venciendo, el valor presente del ahorro fiscal es:

$$VP(\text{Ahorro Fiscal}) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{t^* r_D^* D}{(1 + \rho)^j}$$

- Con respecto a ρ , el supuesto habitual es que el ahorro fiscal tiene el mismo riesgo que la deuda, y por lo tanto debe ser descontado al costo de la deuda, r_D .

$$VP(\text{Ahorro Fiscal}) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{t^* r_D^* D}{(1 + \rho)^j} = \frac{t^* r_D^* D}{r_D} = t^* D$$



El Impuesto a las Utilidades y la Estructura de Capital

- Bajo estos supuestos, el valor actual del ahorro fiscal es independiente del costo de la deuda. Es igual a la tasa de impuesto a las utilidades por el volumen de la deuda.
- En el ejemplo anterior:

$$VP(\text{Ahorro Fiscal}) = \frac{30}{10\%} = 300$$

- O bien:

$$VP(\text{Ahorro Fiscal}) = t \cdot D = 15\% \cdot 2.000 = 300$$

- En realidad, es como si el gobierno asumiera el 15% de la deuda.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

El Impuesto a las Utilidades y la Estructura de Capital

- Si el monto de la deuda es variable o no es permanente, no se puede usar la fórmula simplificada ($t \cdot D$), y hay que proceder a hacer el cálculo detallado.
- Si la deuda no es permanente, o no se puede usar el ahorro fiscal (por pérdidas), el valor presente del ahorro fiscal es menor.
- Un proyecto o empresa que tiene deuda paga menos impuestos que una que no tiene, y por lo tanto tiene una mayor utilidad total para repartir entre acreedores y accionistas. Una empresa que tiene mayor utilidad, debe valer más. En nuestro ejemplo, el valor de la empresa se incrementa en el valor del escudo tributario, es decir, \$300.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERIA INDUSTRIAL

IN42A

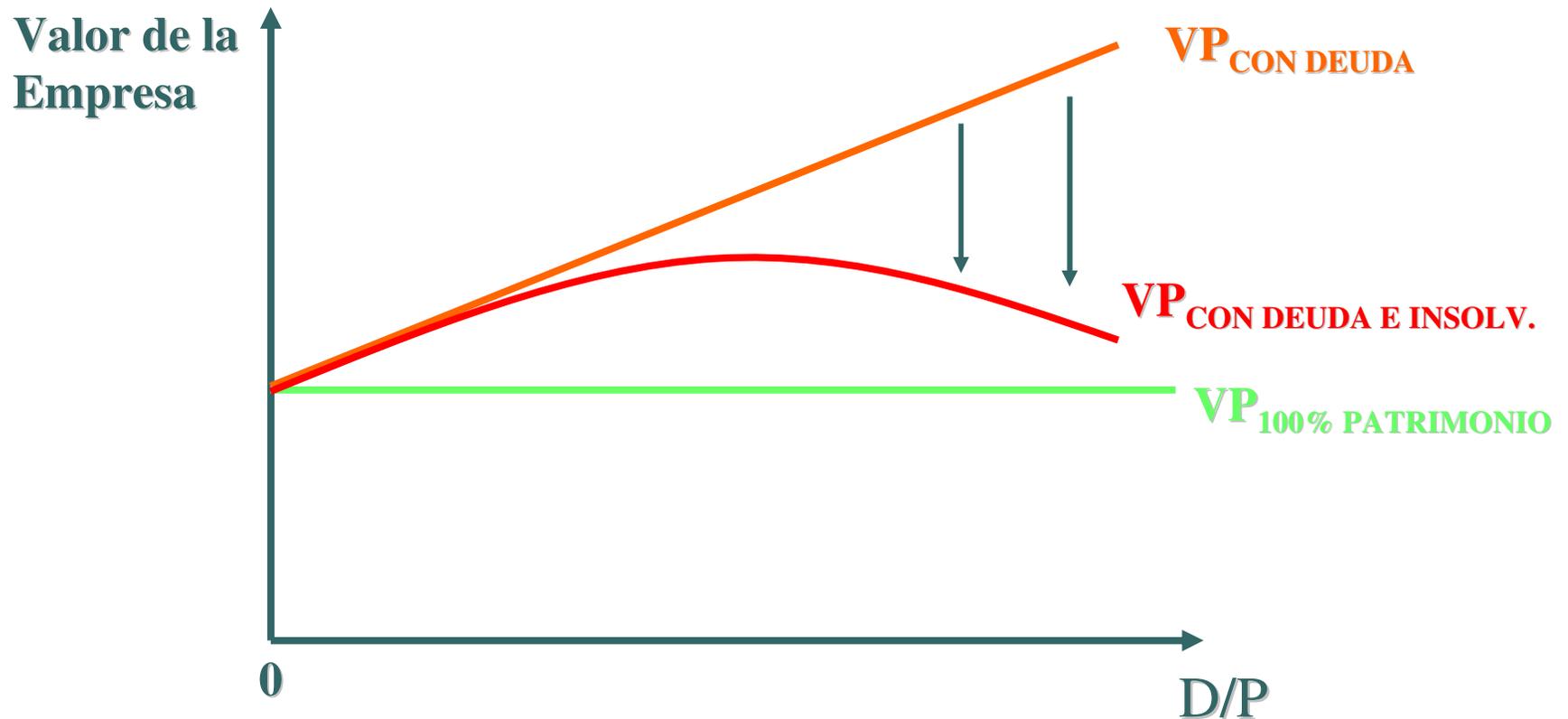
El Impuesto a las Utilidades y la Estructura de Capital

- Cualquier proyecto, aunque esté financiado 100% con patrimonio, genera capacidad de endeudamiento, la que se puede utilizar en el proyecto o en otra parte de la empresa. En todo caso, el valor del escudo tributario se asigna al proyecto que lo origina, no al que lo usa.
- Las empresas deciden su nivel de endeudamiento. Dado que la deuda aumenta el valor de la empresa, ¿conviene endeudarse al máximo, es decir en 80%, 90% o 100%?
- La respuesta es que a partir de cierto nivel de endeudamiento, se comienza a incrementar mucho el riesgo, y se generan costos de insolvencia financiera que disminuyen el valor de la empresa, tales como mayores costos financieros, pérdidas de oportunidades de negocios, restricciones por parte de los acreedores, y otros.



El Impuesto a las Utilidades y la Estructura de Capital

- El valor de la empresa se puede graficar entonces como:





El Impuesto a las Utilidades y el Costo Promedio Ponderado de Capital

- En presencia de impuestos, el VAN del proyecto crece con la deuda. El VAN del proyecto con deuda es mayor que el VAN del proyecto puro, debido a los ahorros de impuestos.
- Una manera de incorporar esto es ajustando la tasa de descuento.
- En este caso, el Costo Promedio Ponderado de Capital (o Costo Promedio “tradicional”) queda:

$$r_A = \frac{D}{D+P} * r_D * (1-t) + \frac{P}{D+P} * r_P$$

- en donde t es la tasa de impuestos de la empresa.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Métodos Alternativos de Cálculo del VAN (simple) de un Proyecto

- Por lo tanto, cuando un proyecto se financia parcialmente con deuda, el VAN del proyecto mejora. Existen tres métodos alternativos para incorporar este efecto en la evaluación de un proyecto, dependiendo de cómo se construyan los flujos de caja y qué tasa de descuento se utilice:
 - Método del Costo Promedio Ponderado de Capital
 - Método del Residuo Patrimonial
 - Método del Valor Presente Ajustado o Evaluación por Componentes.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Método del Costo Promedio Ponderado de Capital

- En este método, el efecto del financiamiento se incorpora en la tasa de descuento.
- Por ello, se construyen los flujos de caja del proyecto puro, es decir, como si se financiara sólo con capital propio (patrimonio). Esto significa que no se consideran el crédito, los pagos de intereses, ni las amortizaciones de deuda (si se consideraran, se estaría duplicando el efecto de la deuda sobre el valor del proyecto).
- El flujo de caja neto obtenido se descuenta al costo promedio ponderado del capital, que está dado por la siguiente expresión:



Método del Costo Promedio Ponderado de Capital

$$r_A = \frac{D}{D+P} * r_D * (1-t) + \frac{P}{D+P} * r_P$$

- Este costo de capital r_A se calcula como el promedio ponderado del costo del patrimonio (r_P) y del costo de la deuda después de impuestos ($[1-t] r_D$).
- El costo del patrimonio r_P es la rentabilidad exigida por los accionistas, que depende del riesgo del negocio y del leverage financiero (razón deuda/patrimonio).
- La lógica es que si el proyecto es suficientemente rentable para pagar el costo (después de impuestos) de la deuda, y también para generar un retorno para el patrimonio igual o superior a su costo de oportunidad, entonces el proyecto debe ser aceptado.



Método del Residuo Patrimonial

- En este método, se ajustan los flujos de caja para considerar solamente aquellos que van a los accionistas. Para ello, se agregan a los flujos de caja del proyecto puro, los flujos asociados al endeudamiento: el crédito, los pagos de intereses (los que se cargan a gasto) y las amortizaciones de deuda.
- Como se calculan sólo los flujos que van a los dueños del patrimonio, corresponde por lo tanto utilizar como tasa de descuento el costo del patrimonio.
- Este costo del patrimonio es la tasa de retorno ofrecida por un activo del mismo nivel de riesgo y que esté sometido al mismo leverage financiero.



Método del VAN Ajustado o Evaluación por Componentes

- Se evalúa el proyecto como si fuese totalmente financiado con capital propio (sin considerar los flujos de caja de créditos, intereses ni amortizaciones).
- Se cuantifica la capacidad de endeudamiento que genera el proyecto (independiente de si esa capacidad se usa en el proyecto o en otra actividad de la firma).
- Se calcula el valor del escudo tributario, es decir, el valor presente de los ahorros de impuestos que genera el pago de intereses de la deuda.
- El valor del proyecto se calcula entonces como:

$$\mathbf{VAN}_{P. \text{ FINANCIADO}} = \mathbf{VAN}_{P. \text{ PURO}} + \mathbf{VAN}_{E. \text{ TRIBUTARIO}}$$



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Método del VAN Ajustado o Evaluación por Componentes

- El Método de Evaluación por Componentes permite además afinar la estimación del valor de un proyecto, utilizando una estructura de tasas de descuento más precisa:
- El flujo del proyecto se descompone en sus partes componentes (inversiones, costos, ingresos, impuestos).
- Cada componente se descuenta con una tasa representativa de su riesgo específico. En la medida que hay antecedentes suficientes para discriminar, se hace un esfuerzo por estimar los riesgos sistemáticos de cada componente de un proyecto.
- Finalmente, se suman los valores presentes de los componentes.



Ejemplo: Valor Presente Ajustado

- Supongamos un proyecto que requiere una inversión de \$1.000, que genera un beneficio anual de \$200 durante 10 años. El costo de capital es 10% y la tasa de impuesto de 15%. El costo de la deuda es 8%.
- Primero se evalúa el proyecto puro:

$$VAN_{P.Puro} = -1000 + \sum_{j=1}^{10} \frac{200}{(1+10\%)^j} = 229$$

- Supongamos que este proyecto le genera a la empresa una capacidad de endeudamiento de \$500. Esto genera un escudo tributario que es atribuible al proyecto.



IN42A

Ejemplo: Valor Presente Ajustado

- Un método alternativo para calcular el escudo tributario:

Año	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ahorro de impuestos		6,0	5,6	5,1	4,7	4,1	3,6	3,0	2,3	1,6	0,8
VAN del ahorro tribut. al 8%		27,1									

- El resultado es idéntico.
- Nótese que se usa el costo de la deuda como tasa de descuento para calcular el valor presente del escudo tributario. Esto supone que este flujo tiene el mismo nivel de riesgo que la deuda.
- Luego, el valor del proyecto financiado es:

$$\text{VAN}_{\text{P. FINANCIADO}} = \text{VAN}_{\text{P. PURO}} + \text{VAN}_{\text{E. TRIBUTARIO}} = 229 + 27,1 = 256,1$$

- Hay que tener cuidado si la empresa tiene pérdidas, porque no se aprovecha el ahorro tributario.



Ejemplo: Método del Costo de Capital Promedio Ponderado (WACC)

- Recordemos que este método se construye en base a los flujos de caja del proyecto puro, ya que el efecto del financiamiento está incluido en la tasa de descuento.
- Supongamos una empresa que tiene un proyecto a un período, con $r_D = 10\%$, $r_P = 20,2\%$, $D/V = 35,5\%$ y tasa de impuestos de 15% . Su WACC está dado por:

$$r_A = \frac{D}{D+P} * r_D * (1-t) + \frac{P}{D+P} * r_P$$

$$r_A = 0,355 * (1-0,15) * 10\% + 0,645 * 20,2\% = 16\%$$



IN42A

Ejemplo: Método del Costo de Capital Promedio Ponderado (WACC)

- Los Flujos de caja del proyecto puro son:

	PERÍODO	
	0	1
VENTAS		20.000
- COSTOS OPERACIÓN		837
- GASTOS ADMINISTRACION		2.200
= INGRESO BRUTO	0	16.963
- DEPRECIACION		9.500
= UTILIDAD ANTES DE IMPUESTOS	0	7.463
- IMPUESTOS (15%)	0	1.119
= UTILIDAD DESPUES DE IMPUESTOS	0	6.344
+ DEPRECIACION		9.500
- INVERSION	10.000	-500
= FLUJO DE CAJA	-10.000	16.344
VAN al WACC ($r_A = 16\%$)		4.089



Ejemplo: Método del Residuo Patrimonial

- En este método, se ajustan los flujos de caja para considerar solamente aquellos que van a los accionistas. Para ello, se agregan a los flujos de caja del proyecto puro, los flujos asociados al endeudamiento: el crédito, los pagos de intereses (los que se cargan a gasto) y las amortizaciones de deuda.
- Como se calculan sólo los flujos que van a los dueños del patrimonio, corresponde por lo tanto utilizar como tasa de descuento el costo del patrimonio.
- Este costo del patrimonio es la tasa de retorno ofrecida por un activo del mismo nivel de riesgo y que esté sometido al mismo leverage financiero.
- En el ejemplo anterior, $r_p = 20,2\%$.



IN42A

Ejemplo: Método del Residuo Patrimonial

- Construyendo los flujos de caja para el patrimonio:

	PERÍODO	
	0	1
VENTAS		20.000
- COSTOS OPERACIÓN		837
- GASTOS ADMINISTRACION		2.200
= INGRESO BRUTO	0	16.963
- DEPRECIACION		9.500
- INTERESES		500
= UTILIDAD ANTES DE IMPUESTOS	0	6.963
- IMPUESTOS (15%)	0	1.044
= UTILIDAD DESPUES DE IMPUESTOS	0	5.919
+ DEPRECIACION		9.500
- INVERSION	10.000	-500
= FLUJO DE CAJA	-10.000	15.919
+ CREDITO	5.000	
- AMORTIZACION		5.000
FLUJO NETO PARA ACCIONISTA	-5.000	10.919
VAN al COSTO PATRIMONIO ($r_p = 20,2\%$)		4.085



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Cálculo de los Coeficientes Beta

- El coeficiente beta se define como:
- Luego, lo que interesa medir es la covarianza del retorno de un activo o proyecto respecto del retorno de la cartera de mercado, relativa a la varianza del retorno de la cartera de mercado.
- El primer tema es entonces: qué vamos a considerar como cartera de mercado.



Cálculo de los Coeficientes Beta

- Por definición, la cartera de mercado es aquella que contiene todos los activos de la economía, en donde un activo i estará presente en una proporción w_i equivalente a su valor de mercado dividido por el valor de mercado de todos los activos.
- En la práctica, se considera una cartera amplia de activos, normalmente un índice de precios de acciones que se transan en la bolsa de comercio, como *proxy* (una aproximación) de la cartera de mercado.
- En Estados Unidos, por ejemplo, se considera un índice como el Standard & Poor's 500 (S&P500), que incluye las acciones de 500 empresas transadas en bolsas de ese país.
- En Chile IGPA (Índice general de precios de acciones)



Cálculo de los Coeficientes Beta

- El procedimiento estándar para estimar betas es efectuar una regresión de los retornos de una acción contra los retornos del mercado:

$$r_i = a + b r_M$$

- Donde:

a = intercepción de la regresión

$$b = \text{pendiente de la regresión} = \frac{\text{Cov}(r_i, r_M)}{\text{Var}(r_M)}$$

- La pendiente de la regresión corresponde al beta de la acción.



Cálculo de los Coeficientes Beta

- Los retornos (que son variables aleatorias) se definen como:

$$r_{i,t} = \frac{P_{i,t} - P_{i,t-1} + Div_t}{P_{i,t-1}}$$

**Retorno acción i
en el período t**

$$r_{M,t} = \frac{I_{i,t} - I_{i,t-1} + Div_t}{I_{i,t-1}}$$

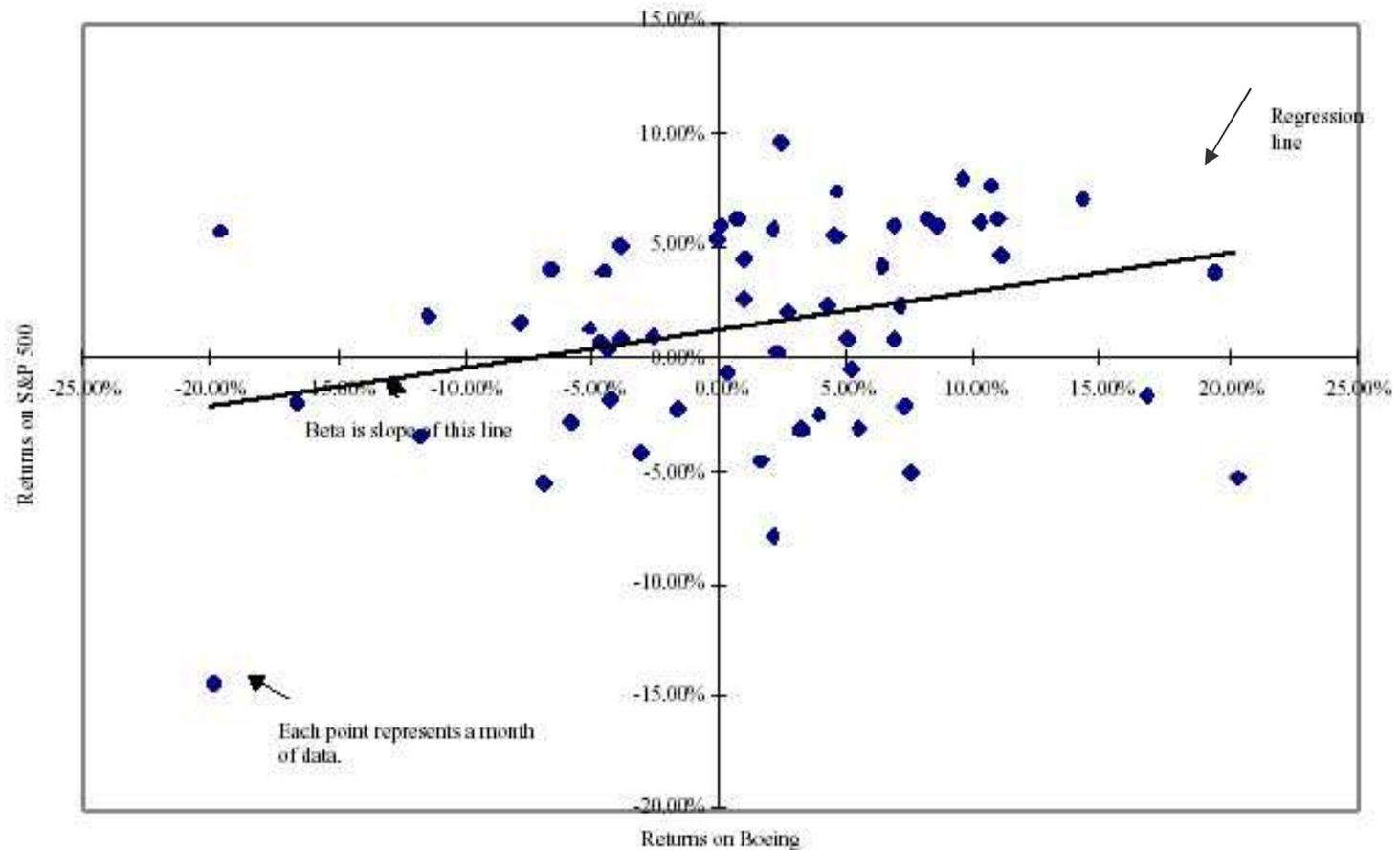
**Retorno (índice)
mercado en el
período t**



Cálculo de los Coeficientes Beta

(Ene'96-Dic'00)

Figure 8.1: BoeIng versus S&P 500: 1/96-12/200





Cálculo de los Coeficientes Beta

Figure 8.2: Bloomberg Beta Estimate for Boeing

<HELP> for explanation.

P059 Equity BETA

HISTORICAL BETA

Number of points may be insufficient for an accurate beta.

BA US Equity

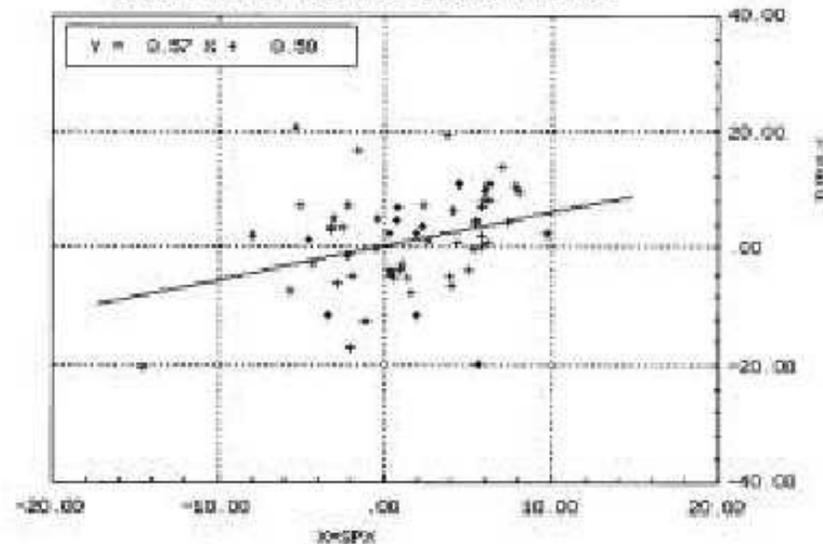
BOEING CO

Relative Index SPX

S&P 500 INDEX
*Identifies latest observation

Period Monthly
Range 1/31/96 To 12/29/00
Market Trade

ADJ BETA	0.71
RAW BETA	0.57
Alpha(Intercept)	0.50
R2 (Correlation)	0.10
Std Dev of Error	8.17
Std Error of Beta	0.23
Number of Points	59



ADJ BETA = (0.67) * RAW BETA
+ (0.33) * 1.0



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Cálculo de los Coeficientes Beta

- La pendiente de la regresión resultó 0,57. Este dato corresponde al beta de la acción de Boeing, basado en retornos mensuales de 1996 al 2000.
- Si se usara un período distinto para estimar la regresión, o intervalos de retornos diferentes (semanales o diarios) para el mismo período, podría resultar una beta estimada distinta.



Cálculo de los Coeficientes Beta

- El coeficiente alfa (a , intercepción de la regresión) provee una medida simple del desempeño de la inversión durante el período de la regresión. En efecto, si reordenamos el CAPM:

$$E(r_i) = r_f + \beta_i [E(r_M) - r_f] = r_f (1 - \beta_i) + \beta_i E(r_M)$$

- Comparando esta ecuación con la regresión:

$$r_i = a + b r_M$$

- Luego, una comparación de a contra $r_f (1 - \beta_i)$ nos debiera indicar el desempeño de la acción respecto de lo esperado (según el CAPM). El factor $r_f (1 - \beta_i)$ se denomina Alfa de Jensen.



Cálculo de los Coeficientes Beta

- Si $a > r_f (1-\beta_i)$, la acción tuvo un desempeño mejor que lo esperado durante el período de la regresión.
- Si $a = r_f (1-\beta_i)$, la acción tuvo el desempeño esperado.
- Si $a < r_f (1-\beta_i)$, la acción tuvo un desempeño peor que lo esperado.
- En el caso de Boeing, $r_f (1-\beta_i) = 0,4\% (1-0,57) = 0,17\%$
- $a - r_f (1-\beta_i) = 0,50 - 0,17 = 0,33\%$ mensual de exceso de retorno
- Anualizando: $(1+0,0033)^{12} - 1 = 0,04 = 4\%$ anual de exceso de retorno por sobre lo esperado. Es decir, si las firmas con un beta similar ganaron 12% durante el período, Boeing retornó 16%.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Cálculo de los Coeficientes Beta

- Esto no significa que la acción va a ser necesariamente una buena inversión en el futuro.
- Esta medida de desempeño no indica tampoco cuanto de este exceso de retorno es atribuible al sector completo (aeroespacial y defensa en nuestro ejemplo) y cuanto es específico a la firma. En este caso, se estimó el exceso de retorno para la industria aeroespacial y defensa, y resultó $-0,85\%$, sugiriendo que el componente de desempeño específico de Boeing es en realidad $4,85\%$ ($4\% - (-0,85\%)$).



Cálculo de los Coeficientes Beta

- El R cuadrado de la regresión resulta ser 0,10 o 10%. La interpretación de este parámetro estadístico es, usualmente, la bondad de ajuste de la regresión. En este contexto, sin embargo, representa una estimación de la proporción del riesgo de una firma que puede ser atribuida a riesgo de mercado. El resto ($1-R^2$) es, por lo tanto, riesgo específico o diversificable. En el caso de Boeing, 10% de su riesgo es originado por el mercado y 90% es diversificable.
- El R^2 medio de las acciones transadas en Bolsa de Nueva York fue de 19% en el año 2000.



Cálculo de los Coeficientes Beta

- El error estándar del beta, indica cuanto error podría existir en la estimación. Nos permite determinar intervalos de confianza para el coeficiente beta.
- En nuestro ejemplo, el error estándar del beta de Boeing es 0,23. Esta estadística indica que el valor real del beta podría estar entre 0,34 y 0,80 ($\beta \pm \sigma$) con un 67% de confiabilidad, y entre 0,11 y 1,03 ($\beta \pm 2\sigma$) con un 95% de confiabilidad.
- Aunque estos rangos parecen grandes, no son inusuales. Esto indica que hay que tener precaución al utilizar los betas de regresiones.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS

DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Cálculo de los Coeficientes Beta

- Beta ajustado: Bloomberg, que efectuó el análisis de Boeing, calcula un beta ajustado con la siguiente fórmula:

$$\text{Beta Ajustado} = 0,67 * \text{Beta} + 0,33 * 1$$

- Estos ponderadores son los mismos para todas las acciones, y se usan para ajustar las betas individuales hacia 1. Al hacer esto, se está suponiendo que para la mayoría de las empresas, en el largo plazo, los betas tienden a moverse en torno al beta promedio, que es 1.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Cálculo de los Coeficientes Beta en Mercados Pequeños o Emergentes

- El proceso de estimación es similar, pero las decisiones de intervalos de retorno, índice de mercado relevante y períodos de retorno pueden hacer mucha diferencia.
- Cuando la liquidez del mercado es limitada, los betas estimados utilizando intervalos de retorno muy cortos (retornos diarios o semanales) tienden a estar sesgados y no entregan estimaciones reales del riesgo de las empresas.
- En muchos mercados emergentes, las empresas analizadas (y los mercados) pueden cambiar mucho en períodos cortos de tiempo. Un beta estimado en datos de cinco años puede por lo tanto no ser representativo de la situación actual de la empresa (y el mercado).



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Cálculo de los Coeficientes Beta en Mercados Pequeños o Emergentes

- Finalmente, en mercados pequeños, los índices de mercado tienden a estar dominados por algunas (pocas) empresas grandes. Por ejemplo, el Bovespa (índice brasileño), estuvo dominado durante varios años por Telebras, que daba cuenta de casi la mitad del índice.
- Este no es solamente un problema de los mercados emergentes. El DAX (índice de acciones de Alemania), está dominado por Allianz, Deutsche Bank, Siemens y Daimler.
- En estos casos, los betas estimados respecto de estos índices no representan correctamente el riesgo de mercado.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Cálculo de los Coeficientes Beta en Mercados Pequeños o Emergentes

Ejemplo: Helsinki Stock Exchange (HEX) y Nokia

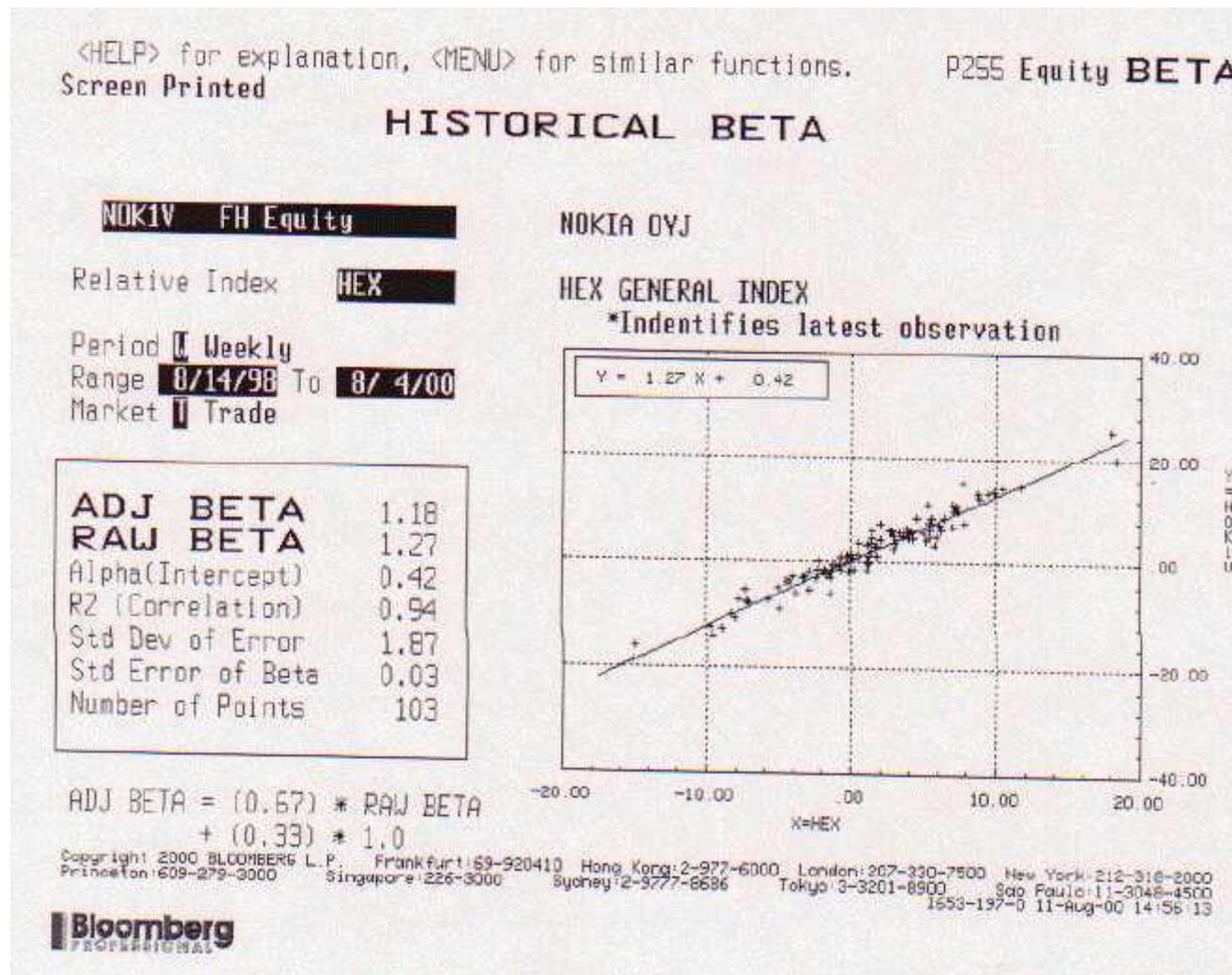
- A fines de los '90, Nokia representaba el 75% del índice Helsinki, en términos de valor de Mercado
- Una regresión de Nokia versus HEX entregaba un beta de 1,27, con un error de 0,03 y un R^2 de 0,94. Pero este bajo error es el resultado de la regresión de Nokia respecto de si misma, ya que dominaba el HEX.
- Por ello, este resultado no es representativo para el típico inversionista de Nokia, que está diversificado, si no globalmente, al menos en acciones de toda Europa.
- Los betas de otras empresas finesas respecto del HEX resultan en betas estimados respecto de Nokia.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERIA INDUSTRIAL

IN42A

Cálculo de los Coeficientes Beta en Mercados Pequeños o Emergentes





UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Cálculo de los Coeficientes Beta en Mercados Pequeños o Emergentes

El Caso de Chile

- En Chile, las proxies de mercado típicas se encuentran en el Índice de Precios Selectivos de Acciones (IPSA) y en el Índice General de Precios de Acciones (IGPA).
- Ambos índices tienen deficiencias importantes. El IPSA se construye con las 40 acciones más transadas, por lo que existe continuidad en las transacciones, lo que facilita las mediciones, pero existen sectores importantes de la economía nacional (ej. Sector minero) que están subrepresentados en este indicador. Por otro lado, el IGPA incluye un número mucho mayor de acciones, lo que le daría un mayor grado de representatividad, pero las transacciones son discontinuas.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Cálculo de los Coeficientes Beta en Mercados Pequeños o Emergentes

Método Alternativo

- Un método para determinar betas de empresas en mercados pequeños o emergentes consiste en utilizar los betas de empresas que están en el mismo negocio, pero que se transan en otros mercados (otros países).
- El hecho de que se use el mismo beta no significa que las dos empresas tengan el mismo costo del patrimonio. Esto se explicará más adelante.
- En este método, hay que tener cuidado respecto de la sensibilidad del negocio frente a los ciclos de la economía: un mismo producto o servicio, que en un mercado maduro es no-discrecional (poco sensible, bajo beta), en un mercado emergente puede ser discrecional (más sensible, alto beta).



Efecto del Leverage Financiero

- Tal como se mostró anteriormente, ceteris paribus, un incremento del leverage financiero (Deuda/Patrimonio) incrementa el riesgo (y el beta) del patrimonio de una empresa.
- Hamada (1972) desarrolló una fórmula que refleja este fenómeno. Asumiendo que el beta de la deuda es cero:

- donde:

$$\beta_L = \beta_U (1 + [1-t](D/P))$$

- β_L : beta patrimonial de la empresa con deuda
- β_U : beta patrimonial de la empresa sin deuda
- t: tasa de impuesto corporativa
- D/P: leverage financiero



Efecto del Leverage Financiero

- Las betas obtenidas de regresiones de los retornos de acciones están afectadas por el leverage financiero de esa empresa (levered beta, β_L).
- Para calcular el beta de las acciones de la misma empresa bajo otra política de financiamiento, o bien para utilizar ese beta en otra empresa que tenga otro nivel de endeudamiento, se debe primero calcular el beta patrimonial sin deuda (unlevered beta, β_U), usando la fórmula anterior, proceso que se denomina *unlevering*. Este β_U está determinado por el tipo de negocio en que opera la empresa y por su leverage operativo. Por lo mismo, también es conocido como el *beta de los activos*.



Efecto del Leverage Financiero

- Luego, para determinar el beta del patrimonio bajo otro nivel de endeudamiento, se efectúa el proceso inverso (levering), es decir, a partir del β_U se calcula el β_L usando la fórmula con el nuevo nivel de endeudamiento.
- Debido a que el leverage financiero multiplica el riesgo subyacente, inherente, del negocio, justificaría que las empresas que poseen un alto riesgo de negocio se muestren reacias a aumentar su leverage financiero. Asimismo, aquellas firmas que operan en un ambiente de negocios estable debieran estar dispuestas a asumir un mayor leverage financiero.



Efecto del Leverage Financiero

Ejemplo: Boeing

- En el ejemplo, para el período 1996-2000, Boeing tiene un beta de 0,57. En el mismo período, su razón D/P promedio fue de 15,56%. Su beta para el período 1996-2000 refleja este leverage promedio. Luego:

$$\beta_U = \frac{\beta_L}{(1 + (1 - t)(D/P))} = \frac{0.57}{(1 + (1 - 0.35)(0.1556))} = 0.52$$

- Se puede entonces calcular el beta patrimonial a otro nivel de endeudamiento, por ej. D/P=40%:

$$\beta_L = \beta_U(1 + (1 - t)(D/P)) = 0.52(1 + (1 - 0.35)(0.40)) = 0.66$$



Efecto del Leverage Operativo

- Los flujos de caja de cualquier activo productivo o proyecto pueden descomponerse en:

$$\text{Flujo de Caja} = \text{Ingreso} - \text{Costo Fijo} - \text{Costo Variable}$$

- El valor actual del activo se puede descomponer de la misma forma, Reordenando:

$$\text{VA(Activo)} = \text{VA(Ingreso)} - \text{VA(Costo Fijo)} - \text{VA(Costo Variable)}$$

- Quienes reciben los costos fijos son como los acreedores. Quienes reciben el flujo de caja neto son como los accionistas. Efectuando una analogía del riesgo:

$$\text{VA(Ingreso)} = \text{VA(Costo Fijo)} + \text{VA(Costo Variable)} + \text{VA(Activo)}$$



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS

DEPARTAMENTO DE
INGENIERIA INDUSTRIAL

IN42A

Efecto del Leverage Operativo

$$\beta_{\text{Ingreso}} = \beta_{\text{Costo Fijo}} \frac{VA(\text{Costo Fijo})}{VA(\text{Ingreso})} + \beta_{\text{Costo Variable}} \frac{VA(\text{Costo Variable})}{VA(\text{Ingreso})} + \beta_{\text{Activo}} \frac{VA(\text{Activo})}{VA(\text{Ingreso})}$$

- Es decir, el beta del ingreso es la media ponderada de los betas de sus componentes. Pero, el beta del costo fijo es cero, y los betas de ingresos y costos variables son aproximadamente iguales (ambos dependen del nivel de producción). Luego, despejando el beta de los activos:

$$\beta_{\text{Activo}} = \beta_{\text{Ingreso}} \frac{VA(\text{Ingreso}) - VA(\text{Costo Variable})}{VA(\text{Activo})}$$

$$\beta_{\text{Activo}} = \beta_{\text{Ingreso}} \left[1 + \frac{VA(\text{Costo Fijo})}{VA(\text{Activo})} \right]$$



Efectos del Leverage Operativo

- Entonces, dado el movimiento cíclico de los ingresos reflejado en su beta, el beta del activo es proporcional a la relación existente entre el valor actual de los costos fijos y el valor actual del proyecto.
- Esto indica que si por ejemplo hay dos proyectos para el mismo producto, pero que tienen distintas tecnologías, aquella con mayor leverage operativo (razón de costos fijos a costos totales) va a tener un riesgo mayor (un mayor beta), y va a tener por lo tanto una tasa de descuento mayor.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS

DEPARTAMENTO DE
INGENIERIA INDUSTRIAL

IN42A

Efectos del Leverage Operativo

- Una fórmula útil para ajustar el efecto del leverage operativo sobre el beta es:

$$\beta_{\text{ACTIVOS}} = \frac{\beta_U}{1 + \text{C.Fijos} / \text{C.Variables}}$$



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Métodos de Cálculo del Beta

- Cálculo del coeficiente beta usando regresiones: se efectúa una regresión entre el retorno de la acción y el retorno de la cartera de mercado.
- Cálculo del coeficiente beta usando betas de la industria (bottom-up betas): se estima el beta basándose en los betas de otras empresas en el mismo negocio.



Bottom-up Beta

- Se identifica el negocio o los negocios en los que opera la empresa
- Se buscan otras empresas en estos negocios, y se obtiene su beta
- Se calcula el beta promedio de las empresas, y su leverage financiero promedio
- Se estima el beta patrimonial sin deuda del negocio(s), efectuando el unlevering del beta promedio a través de la razón deuda/patrimonio promedio
- El beta de la empresa se estima como el promedio ponderado de los betas de los distintos negocios en que opera la empresa
- Finalmente se estima los valores de mercado de la deuda y el patrimonio, para calcular el beta patrimonial con deuda



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

Ventajas Bottom-up Beta

- Permite considerar cambios en el mix financiero y de negocios, incluso antes de que ocurran.
- Usan betas promedio de un gran número de empresas, dato que tiende a ser menos “ruidoso” que los betas individuales de las empresas.
- Permite calcular betas por segmento de negocio de la empresa, lo que es útil tanto en el contexto de inversión como en el de valoración.



Ejemplo Bottom-up Beta

- Queremos calcular el beta patrimonial de Boeing. Esta empresa opera en dos segmentos de negocios: aviación comercial y sistemas espaciales, de defensa e información. Cada segmento tiene riesgos muy distintos.
- Se estimaron los betas patrimoniales sin deuda (unlevered beta) de cada negocio buscando empresas comparables en cada segmento de negocio. Por ejemplo, para el segundo segmento, se consideraron 17 empresas que reciben el grueso de sus ingresos del negocio de defensa, se calculó su beta promedio y su razón deuda/patrimonio promedio. El beta sin deuda se calculó usando estos promedios.



Ejemplo Bottom-up Beta

Segmento	Ingresos	Razón	Valor	Unlevered	Peso del	Beta
		Valor/Ventas	Estimado	Beta	Segmento	Ponderado
Aviación Comercial	26.929	1,12	30.160	0,91	70,39%	0,6405
Sistemas Espaciales, de Defensa e Información	18.125	0,70	12.688	0,80	29,61%	0,2369
Empresa	45.054		42.848		100,00%	0,8774

- El valor estimado de cada negocio se calculó usando múltiplos típicos para cada segmento
- El unlevered beta de la empresa se calculó como el promedio ponderado de los betas de cada segmento de negocios
- El beta patrimonial con deuda (levered beta) se calculó usando el leverage financiero actual de la empresa:

$$\beta_L = \beta_U (1 + [1-t](D/P)) = 0,8774 * [1+(1-0,35)(7,85/63,05)] = 0,9585$$



Ejemplo Bottom-up Beta

- Este beta es bastante distinto del obtenido de la regresión (0,57).
- Esto se produce porque esta empresa cambió significativamente su mix de negocios y su leverage financiero en el período usado para calcular la regresión. En efecto, adquirió Rockwell y McDonnell Douglas, aumentando la importancia relativa de su segmento de defensa, y como se tuvo que endeudar para efectuar las adquisiciones, aumento su leverage financiero.
- Dado que estos cambios ocurrieron dentro de los cinco años que se consideraron para hacer la regresión, los resultados que arroja esta no refleja completamente el efecto de estos cambios.
- El bottom-up beta refleja mejor el riesgo actual de la empresa.



Ejemplo 2

- Queremos estimar el beta patrimonial de Vans Shoes (zapatos). Para ello, tenemos los datos de varios fabricantes de zapatos:

Nombre Empresa	Beta	D/P Mercado	Tasa Imp.	Costo Fijo/Variable
Barry (R.G.)	1,00	40,51%	36,89%	75,66%
Brown Shoe	0,80	106,64%	37,06%	61,41%
Candie's Inc.	1,20	75,86%	0,00%	29,78%
Converse Inc	0,60	653,46%	0,00%	39,64%
Deckers Outdoor Corp	0,80	82,43%	0,00%	62,52%
Florsheim Group Inc	0,65	96,79%	32,47%	79,03%
K-Swiss Inc.	0,65	0,69%	40,94%	56,92%
Kenneth Cole 'A'	1,05	0,29%	39,50%	56,97%
LaCrosse Footwear Inc	0,55	81,15%	39,25%	30,36%
Maxwell Shoe Inc	0,75	2,24%	33,28%	20,97%
NIKE Inc. 'B'	0,90	9,47%	39,50%	46,07%
Reebok Int'l	1,05	171,90%	32,28%	35,03%
Rocky Shoes & Boots Inc.	0,80	93,51%	0,00%	26,89%
Saucony Inc	0,15	34,93%	31,11%	49,33%
Shoe Carnival	0,85	2,18%	39,97%	35,03%
Stride Rite Corp.	0,80	0,00%	36,80%	48,23%
Timberland Co. 'A'	1,10	15,23%	32,00%	49,50%
Vulcan Int'L	0,65	3,38%	5,61%	11,92%
Wellco Enterprises Inc.	0,60	48,89%	0,00%	11,52%
Weyco Group	0,30	11,91%	35,74%	24,69%
Wolverine World Wide	1,35	44,37%	32,62%	32,31%
Promedio (Simple)	0,79	75,04%	25,95%	42,08%



Ejemplo 2

- Calculamos el unlevered beta:

$$\beta_U = \frac{0.79}{(1 + (1 - 0.2595)(0.7504))} = 0.5081$$

- El levered beta de Vans Shoes se puede calcular entonces aplicando su tasa de impuesto marginal (34,06%) y su razón D/P de mercado (9,41%):

$$\beta_L = 0,5081 (1 + (1 - 0,3406)(0,0941)) = 0,5397$$

- Este beta asume que todos los fabricantes tienen el mismo leverage operativo (42,08%). Sin embargo, Vans Shoes tiene un menor leverage operativo (31,16%) que el promedio de la industria.



Ejemplo 2

- Para ajustar el leverage operativo, partiendo del unlevered beta, ajustamos por la razón costo fijo/ variable promedio de la industria, y luego aplicamos el leverage operativo específico de Vans. Es un proceso similar al del unlevering-levering.

$$\beta_{\text{ACTIVOS}} = \frac{\beta_U}{1 + C.\text{Fijos} / C.\text{Variables}} = \frac{0.5081}{1 + 0.4208} = 0.3576$$

- Luego, aplicando el leverage operativo de Vans:

$$\text{Unlevered Beta Vans} = 0,3576 (1+0,3116) = 0,4691$$

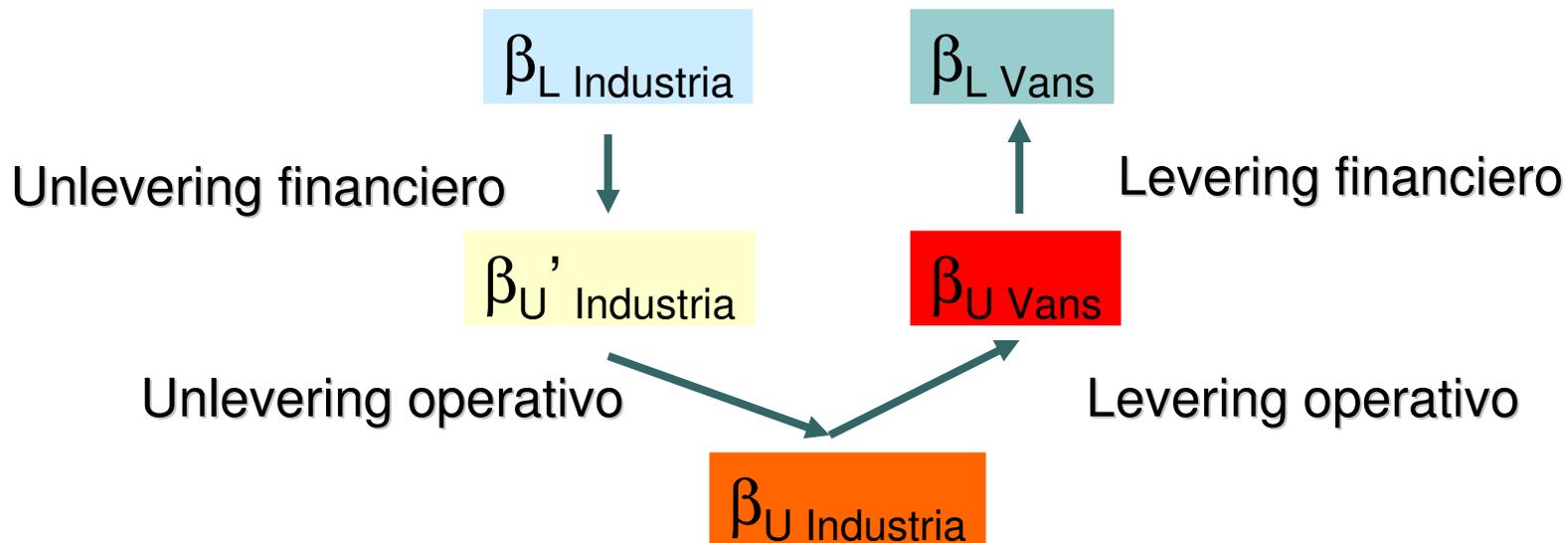
- Haciendo el levering financiero de Vans:

$$\text{Levered Beta Vans} = 0,4691 (1+(1-0,3406)(0,0941)) = 0,4981$$



Ejemplo 2

- Teniendo leverage financiero y operativo más bajos que el promedio de la industria, Vans Shoes tiene un beta mucho más bajo que la industria.
- En resumen, lo que hemos hecho en este caso es:





De los Betas al Costo del Patrimonio

- Un método que permite superar las deficiencias que se presentan al calcular tasas de descuento en economías pequeñas o emergentes, consiste en trasladar estimaciones efectuadas en mercados maduros.
- Para ello, se calcula el beta con el método bottom-up, usando empresas similares en mercados maduros.
- Se usa el premio por riesgo de mercado y tasa libre de riesgo de ese mismo mercado, y se aplica el siguiente CAPM modificado:

$$E(r_i) = r_f + \beta_i [E(r_M) - r_f] + PR_{PAIS}$$



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

IN42A

De los Betas al Costo del Patrimonio

- Vemos que aparece un término nuevo, el PR_{PAIS} , Premio por Riesgo País, que permite trasladar el costo patrimonial de una empresa en una economía madura (ej. USA) a una economía pequeña o emergente.
- Normalmente este PR_{PAIS} se mide como el spread (diferencial) de tasas (%) entre el bono soberano del país en cuestión (en dólares) y un bono equivalente de la economía madura (bono de gobierno norteamericano), a los mismos plazos.



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERIA INDUSTRIAL

IN42A

De los Betas al Costo del Patrimonio

- Este cálculo nos entregara el costo de patrimonio medido en dólares. Para llevar a moneda local se utiliza la siguiente ecuación:

$$\text{Costo del Patrimonio \$} = (1 + \text{Costo del Patrimonio US\$}) \frac{(1 + \text{Tasa Inflación \$})}{(1 + \text{Tasa Inflación US\$})} - 1$$

- La ecuación anterior nos entrega el costo patrimonial nominal medido en moneda local (\$).



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERÍA INDUSTRIAL

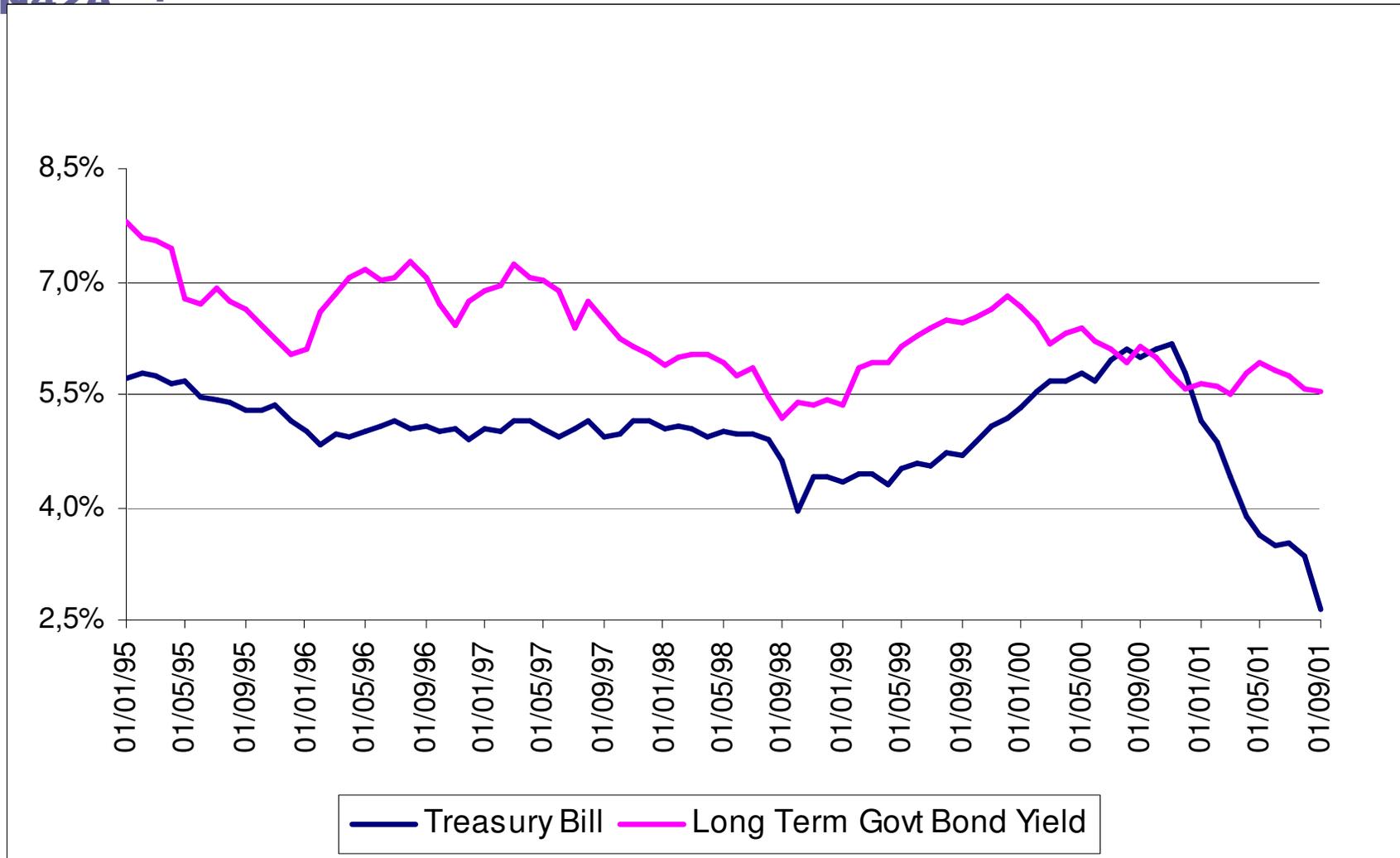
IN42A

Datos Relevantes

- Usaremos como mercado maduro de referencia al mercado norteamericano, por la abundancia de información disponible y porque es uno de los más eficientes que se conocen.
- Respecto de la tasa libre de riesgo, en este mercado existen dos posibles referencias:
 - los treasury bill (bonos de tesorería) que son instrumentos a corto plazo
 - los bonos de gobierno, instrumentos a largo plazo
- Se usa normalmente como referencia el Bono de Gobierno (Ej. 20 años).



Datos Relevantes





Premio por Riesgo de Mercado

- Existen varias estimaciones. Por ejemplo:

	1926-1967 ¹	1968-1999 ¹	1926-1999 ¹	1990-2000 ²
Retorno S&P 500 (1)	12,22%	14,28%	13,11%	14,00%
Bonos Gobierno USA Largo Plazo (2)	2,75%	8,78%	5,36%	7,16%
Treasury Bill (3)	2,00%	6,95%	3,82%	5,17%
Premio por Riesgo Largo Plazo (1)-(2)	9,46%	5,50%	7,75%	6,85%
Premio por Riesgo Corto Plazo (1)-(3)	10,22%	7,33%	9,29%	8,84%



Betas

<i>Industry Name</i>	<i>Number of Firms</i>	<i>Average Beta</i>	<i>Market D/E Ratio</i>	<i>Tax Rate</i>	<i>Unlevered Beta</i>
Advertising	32	1,54	27,53%	16,27%	1,25
Aerospace/Defense	67	0,78	33,46%	19,04%	0,61
Air Transport	43	1,15	122,96%	17,65%	0,57
Apparel	55	0,82	16,52%	22,22%	0,73
Auto & Truck	21	0,97	188,17%	18,43%	0,38
Auto Parts	67	0,83	70,88%	19,78%	0,53
Bank	449	0,66	38,15%	28,52%	0,52
Bank (Canadian)	8	0,92	11,24%	19,32%	0,84
Bank (Foreign)	5	1,03	86,73%	16,29%	0,59
Bank (Midwest)	34	0,75	28,92%	30,15%	0,62
Beverage (Alcoholic)	21	0,59	15,21%	23,92%	0,52
Beverage (Soft Drink)	21	0,67	12,15%	20,82%	0,61
Biotechnology	78	1,12	3,13%	7,11%	1,08
Building Materials	54	0,82	29,44%	22,34%	0,67
Cable TV	28	1,36	108,29%	3,28%	0,66
Canadian Energy	12	0,74	28,63%	34,38%	0,62
Cement & Aggregates	16	0,73	38,63%	23,11%	0,56
Chemical (Basic)	23	0,86	40,55%	15,60%	0,64
Chemical (Diversified)	33	0,77	24,83%	29,44%	0,66
Chemical (Specialty)	91	0,79	46,81%	20,08%	0,58
Coal	6	0,80	35,65%	15,02%	0,61
Computer & Peripherals	177	1,65	10,45%	10,20%	1,50



UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS
FISICAS Y MATEMATICAS
DEPARTAMENTO DE
INGENIERIA INDUSTRIAL

Premio por Riesgo País

Country	Long-Term Rating	Adj. Default Spread	Total Risk Premium	Country Risk Premium
Alderney	Aaa	0	5,17%	0,00%
Andorra	Aaa	0	5,17%	0,00%
Argentina	Ca	900	18,67%	13,50%
Australia	Aa2	85	6,45%	1,28%
Austria	Aaa	0	5,17%	0,00%
Bahamas	A3	135	7,20%	2,03%
Bahamas - Off Shore B	Aaa	0	5,17%	0,00%
Bahrain	Ba1	325	10,05%	4,88%
Bahrain - Off Shore Ba	A3	135	7,20%	2,03%
Barbados	Baa2	175	7,80%	2,63%
Belgium	Aaa	0	5,17%	0,00%
Belize	Ba2	400	11,17%	6,00%
Bermuda	Aa1	75	6,30%	1,13%
Bolivia	B1	600	14,17%	9,00%
Botswana	A2	125	7,05%	1,88%
Brazil	B1	600	14,17%	9,00%
Bulgaria	B1	600	14,17%	9,00%
Canada	Aaa	0	5,17%	0,00%
Cayman Islands	Aa3	90	6,52%	1,35%
Cayman Islands - Off S	Aaa	0	5,17%	0,00%
Chile	Baa1	150	7,42%	2,25%
China	A3	135	7,20%	2,03%
Colombia	Ba2	400	11,17%	6,00%



Ejemplo: Cálculo del Costo Patrimonial de una Empresa Brasileña

- Embraer es una empresa brasileña en el rubro aeroespacial.
- Para estimar su costo patrimonial, buscamos parámetros de firmas aeroespaciales globalmente. Por ejemplo, en el mercado norteamericano, el beta promedio de acciones (con deuda) de empresas en este segmento es de 0,78 , con una razón D/P promedio de 33,46%, y una tasa de impuesto a las utilidades promedio de 19,04%.
- Luego, podemos calcular el beta patrimonial sin deuda (unlevered beta):

$$\beta_U = \frac{0.78}{(1 + (1 - 0.1904)(0.3346))} = 0.61$$

Ejemplo: Cálculo del Costo Patrimonial de una Empresa Brasileña

- La razón D/P de Embraer al momento del análisis era de 2,45%, resultando en un beta patrimonial con deuda para esta empresa de:

$$\beta_L = \beta_U (1 + [1-t](D/P)) = 0,61 (1 + [1-0,33](0,0245)) = 0,62$$

- Para estimar el costo patrimonial de Embraer, usamos la tasa de bonos de gobierno USA, los retornos de mercado de USA, y el premio por riesgo país de Brasil (9%):

$$E(r_i) = r_f + \beta_i [E(r_M) - r_f] + PR_{BRASIL} = 4,90\% + 0,62 * 7,75\% + 9\% = 18,71\%$$

- Pero se podría argumentar que una empresa que recibe el grueso de sus ingresos desde fuera de Brasil, como es el caso de Embraer, está menos expuesta al riesgo país.

Ejemplo: Cálculo del Costo Patrimonial de una Empresa Brasileña

- Podríamos entonces derivar un factor de exposición al riesgo país λ , que estaría dado por la proporción de sus ingresos provenientes de Brasil respecto de la proporción de ingresos de una empresa típica de Brasil.

$$\lambda_{\text{EMBRAER}} = \frac{\text{Proporción de Ingresos de Brasil}_{\text{EMBRAER}}}{\text{Proporción de Ingresos de Brasil}_{\text{EMPRESA TIPICA BRASIL}}}$$

$$\lambda_{\text{EMBRAER}} = \frac{9\%}{60\%} = 0,15$$

- Luego, el costo patrimonial de Embraer es:

$$E(r_i) = r_f + \beta_i [E(r_M) - r_f] + \lambda_{\text{EMBRAER}} \text{PR}_{\text{BRASIL}} = 4,90\% + 0,62 * 7,75\% + 0,15 * 9\% = 11,06\%$$



IN42A

Ejemplo: Cálculo del Costo Patrimonial de una Empresa Brasileña

- Vemos que el costo patrimonial de una empresa que tiene sus ingresos diversificados globalmente es mucho menor que una empresa que vende sólo localmente.
- Este costo patrimonial está expresado en US\$. Para llevarlo a moneda local (Real Brasileño):

$$\text{Costo Patrimonio Nominal}_{\text{REAL}} = (1 + \text{Costo Pat. US\$}) \frac{(1 + \text{Tasa Inflación Real})}{(1 + \text{Tasa Inflación US\$})} - 1$$

$$\text{Costo Patrimonio Nominal}_{\text{REAL}} = (1 + 0,1106) \frac{(1 + 10\%)}{(1 + 2\%)} - 1 = 19,77\%$$