MATEMÁTICAS FINANCIERAS

IN42A-03

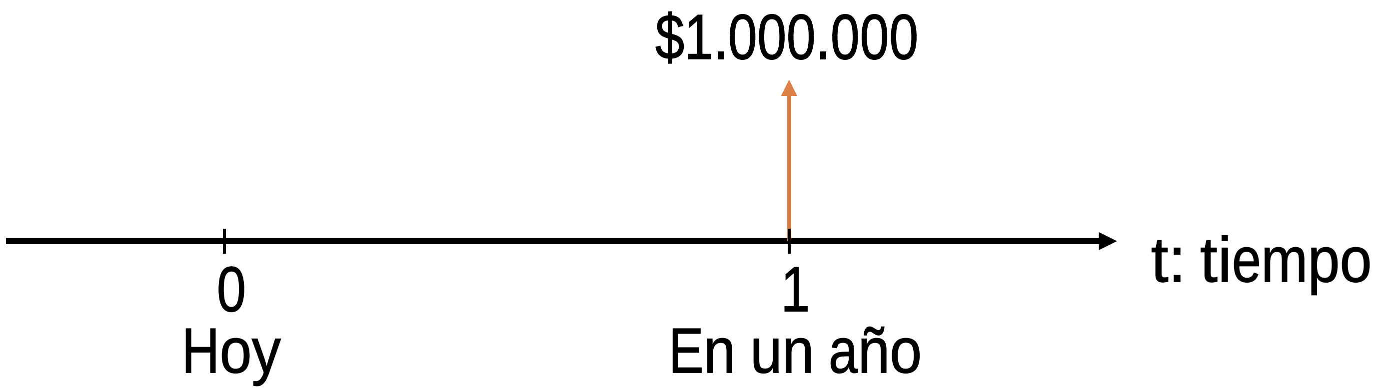
Karla Carrasco J.

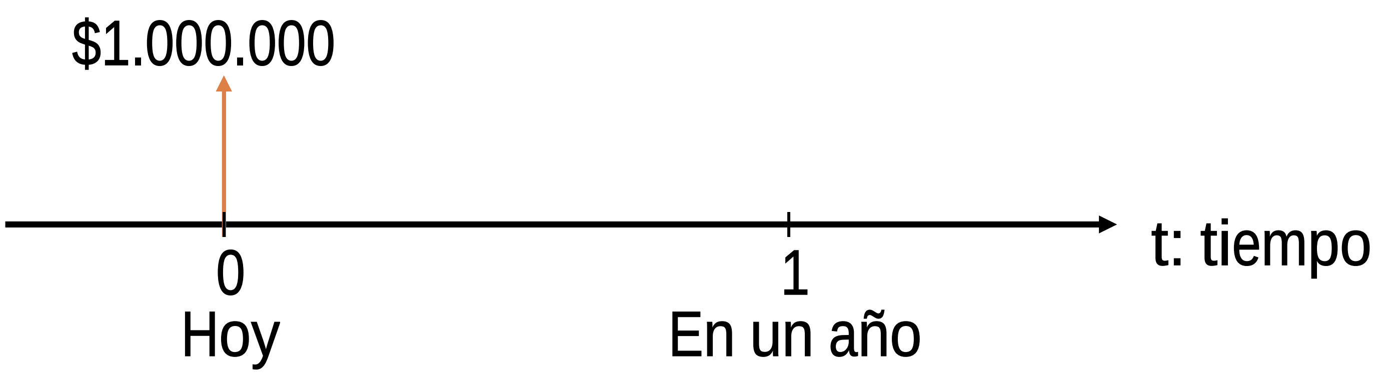
INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

Agenda

- Valor del dinero en el tiempo
- Costo de oportunidad
- Valor actual y valor futuro
- Valor actual neto
- Anualidades, perpetuidades
- Interés simple, interés compuesto
- Tasas reales, nominales, efecto de la inflación

¿Qué Preferimos?





Valor del Dinero en el Tiempo

"Un peso de hoy, vale más que un peso de mañana"

Porque un peso de hoy, puede empezar a invertirse para comenzar a ganar intereses inmediatamente.

Valor del Dinero en el Tiempo

- Si un peso de hoy, vale más que un peso de mañana

¿Estaríamos dispuesto bajo alguna condición a esperar un año?

- Sí, siempre que reciba un premio por el sacrificio; a eso llamamos rentabilidad

Costo de Oportunidad

- Al tener que tomar decisiones sobre un proyecto, debemos comenzar por comprender que evaluamos comparando con la mejor alternativa a realizar el proyecto

- El costo de oportunidad de un recurso, representa el máximo beneficio que se puede obtener con un recurso colocado en la mejor alternativa

- El costo de oportunidad puede representarse por una tasa r, llamada también **tasa de descuento**

Valor Futuro o Final (VF)

- Supongamos que contamos con un capital incial C_0 y r es la rentabilidad de un período. ? ¿Cuál sería el valor en t=1?

$$C_1=C_0+C_0*r=C_0\,(1+r)$$

Valor alcanzado por un capital al final del período analizado

Valor Actual o Presente (VA)

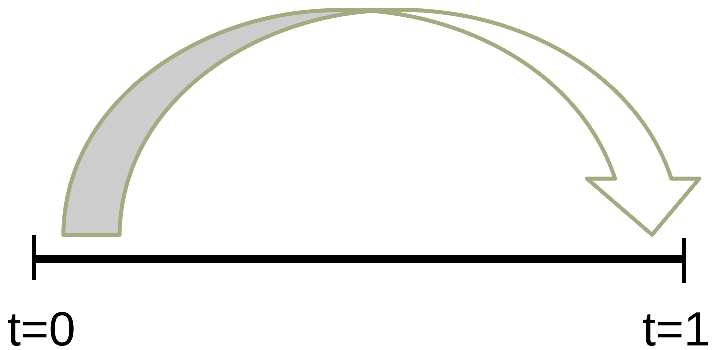
- Supongamos que al cabo de un año recibirá una cantidad de $C_{1,}$ siendo r la rentabilidad de un período. ? ¿Cuál sería el valor de dicho monto hoy?

Sabemos que $C_1 = X(1+r)$

Sea X=Valor Actual =VA

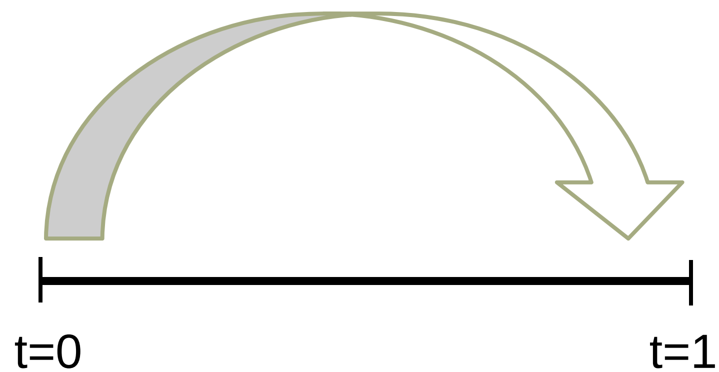
Valor alcanzado por un capital al inicio del período analizado

Valor del Dinero en el Tiempo



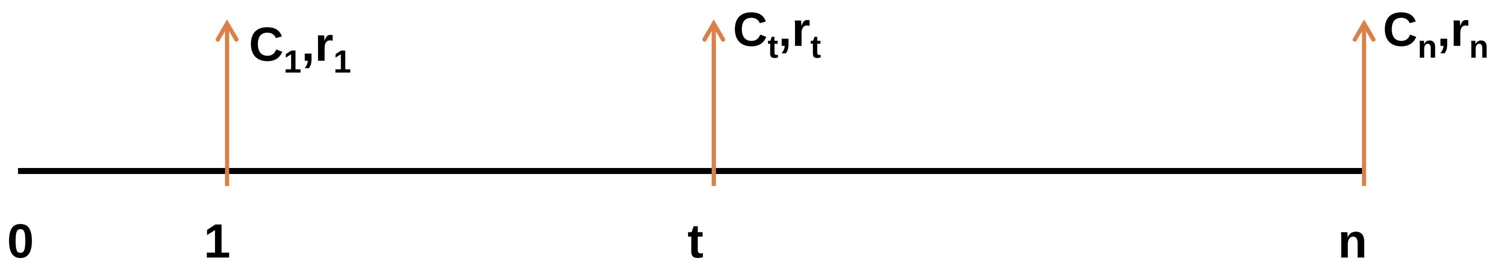
Calcular el Valor Futuro:
CAPITALIZAR

Calcular el Valor Actual:
ACTUALIZAR O DESCONTAR



Valor Actual

- Caso n períodos



VA (A +B)= VA(A) + VA(B)

$$\boxed{VA = \sum_{i=1}^{n} \frac{C_i}{(1+r_i)^i}}$$

Valor Actual Neto

- Si tenemos varios flujos futuros, necesitamos una métrica única para comparar el valor. El concepto de **Valor Actual Neto** aparece como una respuesta a esta necesidad.

$$VAN = \sum_{i=0}^{n} \frac{C_i}{(1+r)^i}$$

- También se conoce como Valor Presente Neto (VPN) y corresponde a la medida de valor neto en el momento actual de los flujos de caja futuros.

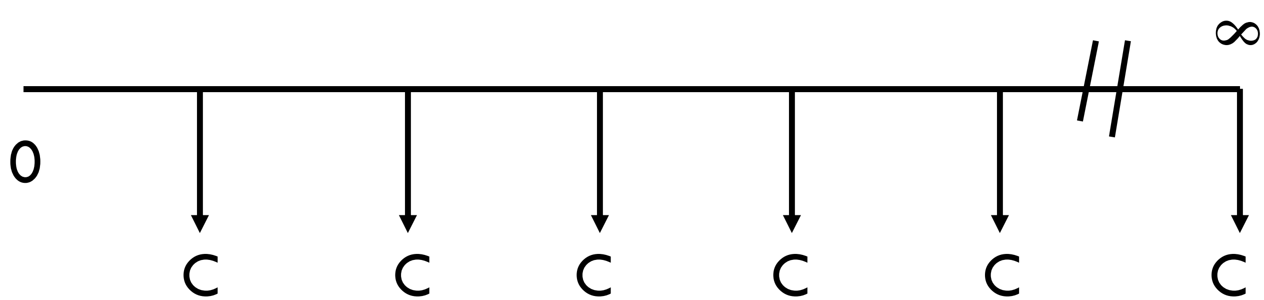
Valor Actual Neto

- El VAN es un indicador de la rentabilidad de un proyecto (nos permite comparar alternativas)

- Nos señala cuánto se ganaría al hacerlo por sobre la rentabilidad que se le exige al proyecto y después de recuperada la inversión

Perpetuidades

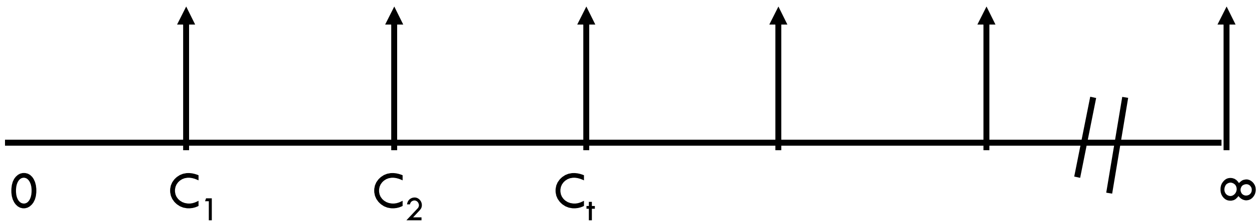
- Corresponde a un flujo constante que e paga hasta el infinito. Veamos el caso de la deuda perpetua con un pago anual de C y considerando una tasa r



$$VA = \frac{C}{r}$$

Perpetuidades con Crecimiento

- Ahora supongamos que los flujos crecen con una tasa g



- Donde:
  - $C_2=C_1(1+g)$
  - $C_3=C_2(1+g)=C_1(1+g)^2$
  - $C_t=C_1(1+g)^{t-1}$

$$VA = \frac{C_1}{(r-g)}$$

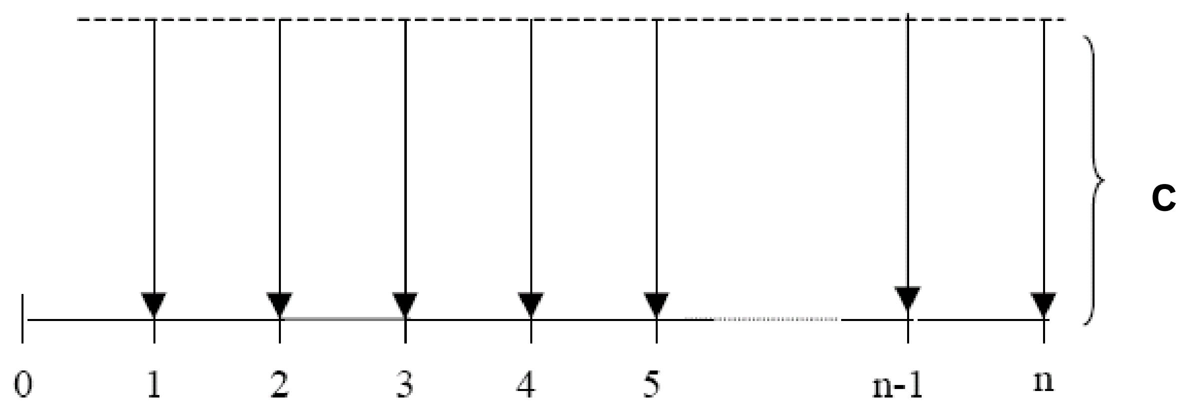
Anualidades

- En muchas situaciones de la vida diaria, nos podemos ver enfrentados a elegir entre:
  - Pagar ahora o Comprar en cuotas (¿Cuántas?)
  - Alternativa de ahorrar versus pagar el valor actual de dichas cuotas

- Ejemplos:
  - Compras en casas comerciales
  - Transacciones con compañías de seguros
  - Valores de arriendos
  - Comprar instrumentos de mercado que ofrecen periodicidades de pago
  - Préstamos (créditos de consumo)
  - Créditos hipotecarios

Anualidades

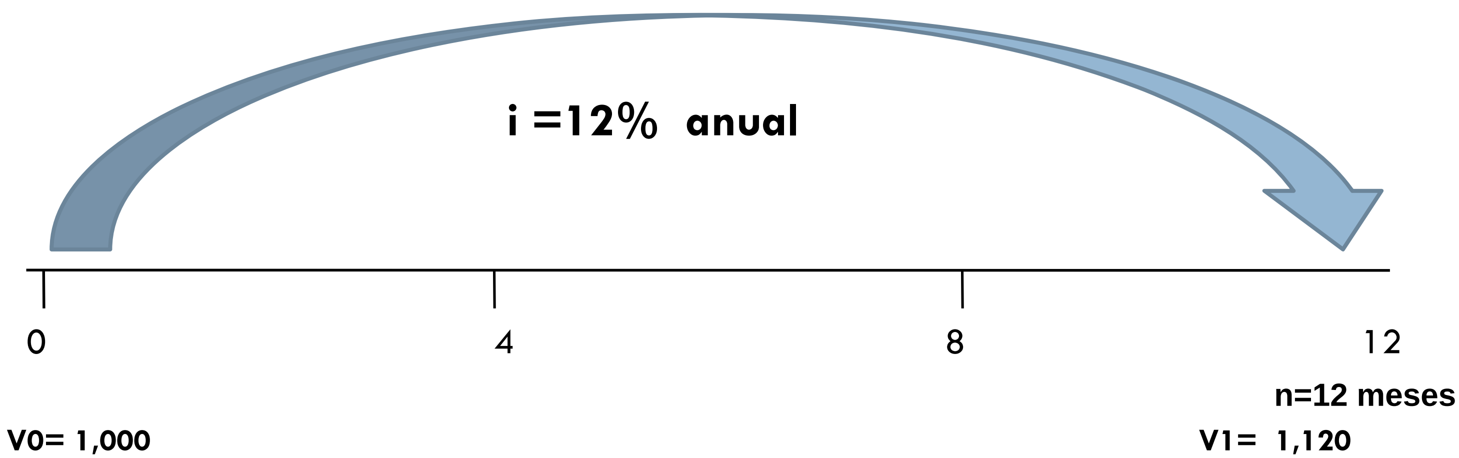
- Veamos el caso de un activo que produce cada año una suma fija, dentro de un determinado número de años



$$VA = C\left[\frac{1}{r} - \frac{1}{r(1+r)^n}\right]$$

Interesés Simple

- Se calcula sobre un capital que permanece invariable o constante en el tiempo y el interés "ganado" se acumula sólo al término de la transacción



Ganancia ó Interés = Monto - Capital Inicial

Interés Simple

Supongamos que C0=$100 y r=10%

$$C_1 = C_0 + C_0 * r$$

$$C_2 = C_1 + C_0 * r \ldots$$

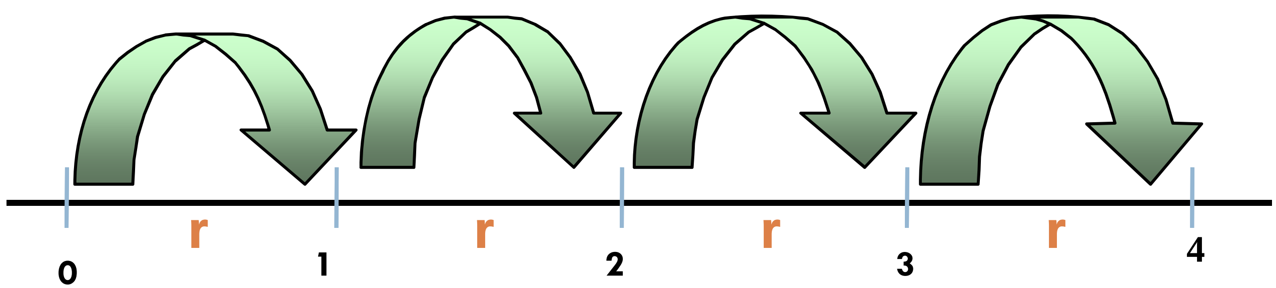
$$C_2 = C_0 + C_0 * r + C_0 * r = C_0 + 2 * C_0 * r$$

$$C_n = C_0 + n * C_0 * r$$

$$C_n = C_0 (1 + n * r)$$

Interés Compuesto

- Significa que el interés ganado sobre el capital invertido se añade al principal. Se gana interés sobre el interés. De otra forma se asume reinversión de los intereses en periodos intermedios.



Interés Compuesto

- Supongamos que $C0 = \$100$ y $r = 10\%$
  - $C1 = C0 + r * C0 = C0 (1+r) = 110$
  - $C2 = C1 + r * C1$
  - $C2 = C0 (1+r) + r*(C0 (1+r))= = 121$
  - $C2 = C0 (1+r) (1+r) = C0 (1+r)2$

- Para n períodos:
  - $Cn = Cn-1 + r * Cn-1$

  Luego, $Cn = C0 * (1 + r)n$

Inflación

- **La inflación es el aumento sostenido y generalizado del nivel de precios.**
- La inflación se mide a través de índices (IPC en Chile) que miden la evolución de los precios de una canasta promedio de bienes y servicios.
- Por lo tanto la variación del IPC mide la tasa de inflación, no significa que todos los bienes y servicios de esta canasta varíe en el mismo porcentaje.
- Por otro lado el IPC no es el precio de la canasta.

Si existe inflación los pesos de hoy no comprarán las mismas cosas que en un año más.

- Ejemplo:

  Supongamos un depósito bancario por 1.100 dólares al final del año, suponga además que el IPC es de 6% a lo largo del año. Al final de año, los 1.100 dólares podrán adquirir 1.100/1.06=1.037,74 dólares hoy.

  Con esto podemos ver que está el valor **NOMINAL**, que serían en este caso los 1100 dólares. En segundo término, está el valor **REAL** que corresponde a los 1037,74 dólares.

Tasa de Interés Real

- Una tasa de interés real es aquella que denota un aumento del poder adquisitivo. Esto es, conservando el poder adquisitivo del dinero, existe un incremento en el monto a pagar (o cobrar).

- El ejemplo clásico es el de las tasas en UF + X% o tasas reflejadas como IPC + X%.

- Esto significa que al cabo de un año el dinero debiera tener el mismo poder adquisitivo que el dinero que invertí.

Tasa de Interés Nominal

- Una tasa de interés nominal es aquella que denota un crecimiento en el monto de dinero, sin ajustar la moneda por inflación. Así la tasa de interés nominal no necesariamente significa un incremento en el poder adquisitivo.

- El ejemplo típico son los depósitos en pesos a 30 días de los bancos o los créditos en pesos.

Tasa de interés real versus nominal

- Para comparar, utilizamos la igualdad de Fisher

$$(1 + r_{nominal}) = (1 + r_{real}) * (1 + \pi)$$

donde π: inflación esperada

- Cabe notar que la tasa nominal es cierta y la real es esperada, pues se tiene sólo la estimación de la inflación
  - Ej: Un Banco le ofrece un 10% de interés, se sabe que la inflación podría llegar al 6% al final del año. Entonces con esto podemos decir que en realidad el Banco está ofreciendo una tasa real esperada de 3.774 %

Tasa de interés real versus nominal

- Relación de paridad entre tasas para economías abiertas:

  $(1+r_{real}) = (1+ Libor + s)(1+e) /(1+ \pi)$

- Donde
  - Libor: Tasa de interés interbancaria de Londres
  - s: Spread (depende del riesgo país)
  - e: variación esperada del tipo de cambio

Tasa de interés real versus nominal

- Si la tasa es nominal

$$VF = VA\ (1 + r_{nominal})^n \ / \ (1 + \prod)^n$$

- Si la tasa es real

$$VF = VA\ (1 + r_{real})^n$$

MATEMÁTICAS FINANCIERAS

IN42A-03

Karla Carrasco J.

INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE