Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

Auxiliar # 4 – Largo Plazo

IN41A – Economía I

Profesores: Marco A. Hauva

Auxiliares: Juan Carlos Hurtado, Diego Miranda, Carlos Pulgar, Darío Zuñiga.

Fecha: Martes 14 de Abril de 2009

Pregunta 1

En la región sur de un país se produce principalmente carbón, este es vendido a las firmas eléctricas, en particular a las generadoras termoeléctricas. En la década del 70 las firmas se encontraban en equilibrio de largo plazo.
La curva de costos de largo plazo correspondiente a cada firma se puede representar por:

$$CT(q) = q^3 - 100\, q^2 + 2.550\, q$$

Donde q: Ton/mes de carbón

La curva de demanda por carbón viene dada por:

$$Q = 1.000 - 10\, P$$

P: precio en US$ por Ton.   Q: Ton/mes de carbón

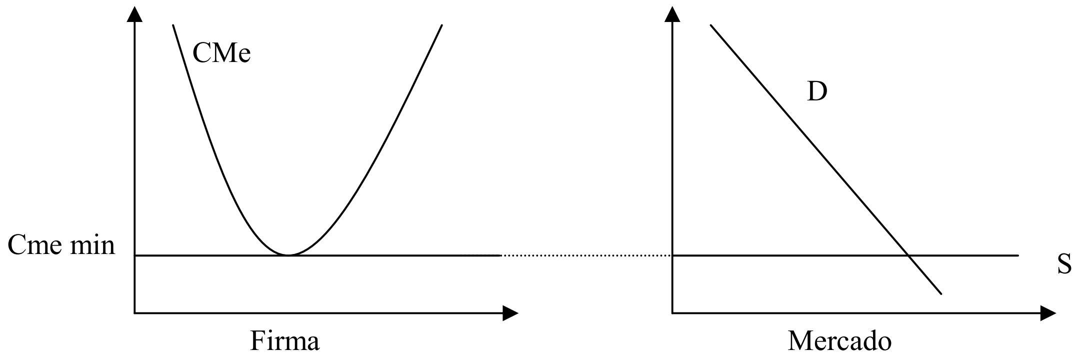
De acuerdo a estos antecedentes se le pide:

i) Determinar el equilibrio de largo plazo en la década del 70, indique precio, producción de cada firma y número de firmas. Grafique.

Respuesta: En el largo plazo el precio corresponde al costo medio mínimo. Luego, lo obvio es calcular el costo medio, derivarlo para encontrar qué nivel de producción se obtiene a menor costo medio y luego, se calcula el precio:

$CMe = q^2 - 100q + 2550.$
Derivando: $q^* = 50$.
Entonces el precio de largo plazo es CMe evaluado en $q=50$:
$P= 50*50 - 100*50 + 2550 = 50 \Rightarrow P^* = 50.$

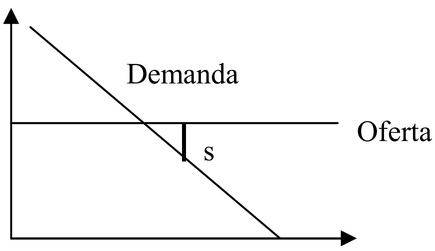
Al precio de 50, los consumidores demandan $Q^* = 1000 - 10*50 = 500$.
Entonces, el número de firmas es $n^* = Q/q = 10$



En la década del 80 el gobierno aplicó una política de promoción del uso del carbón, para ello subsidiaba el precio en 10 US$/Ton.

ii) Determinar el equilibrio de largo plazo en la década del 80, si en esta decada se dio un subsidio igual a 10,indique precio, producción de cada firma y número de firmas. Grafique sus resultados.

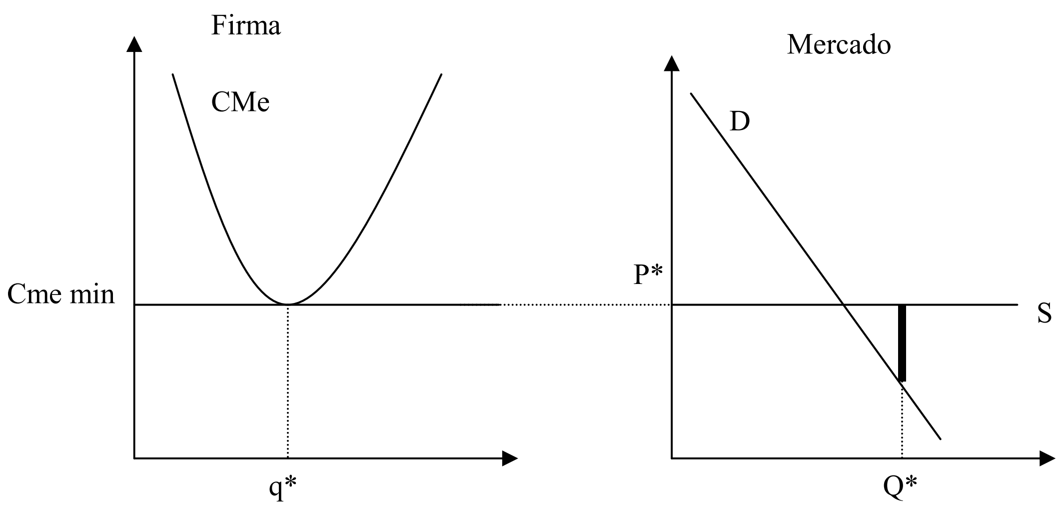
Respuesta:



Luego, el precio que pagan los consumidores más el subsidio es el precio que reciben los productores. En la demanda:

$Q = 1.000 – 10\ P^C = 1000 – 10(\ P^P – 10) => Q = 1100 – 10P^P$
Obviamente, la cantidad que produce cada firma sigue siendo q* = 50 y el precio que reciben los productores (P^P) sigue siendo 50, pero la cantidad demandada es la que cambia:

Q = 1100 – 10*50 = 600 => n = 600/50 = 12



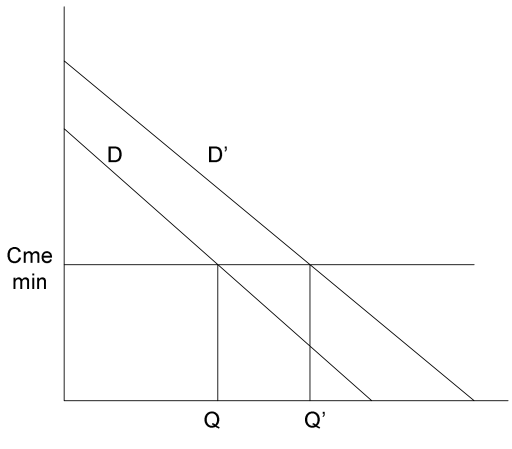
Pregunta 2

Un estudio sobre la industria del acero determinó que se esperaba a futuro un aumento importante en la demanda por este bien. Se esperaba también que en largo plazo diminuyera el precio de los minerales que se usan como insumo en esta actividad. Si no se modifica el precio de los otros insumos o la tecnología: ¿que espera usted que pase con el precio de este bien, la cantidad producida por cada firma, la cantidad total producida y el número de firmas en esta industria en el largo plazo? GRAFIQUE. Hint: Suponga que la tecnología presenta en el primer tramo rendimientos crecientes y luego rendimientos decrecientes a escala.

Respuesta:

Aumento de la Demanda. (Ceteris paribus).
En el corto plazo el precio del bien subirá. La oferta de corto plazo no cambiará, por lo cual cada firma producirá una cantidad mayor, obteniendo utilidades positivas. Estas utilidades atraerán a nuevas firmas, las cuales ingresarán a la industria. Cada firma, en el nuevo equilibrio, estará produciendo la misma cantidad y el precio de equilibrio será el mismo. Lo único que habrá cambiado será el número de firmas (que será mayor) y la cantidad producida por toda la industria (que también habrá crecido). La cantidad producida por cada firma y el precio del bien serán los mismos que antes del aumento en la demanda. Las utilidades serán 0 antes y después del aumento de la demanda.

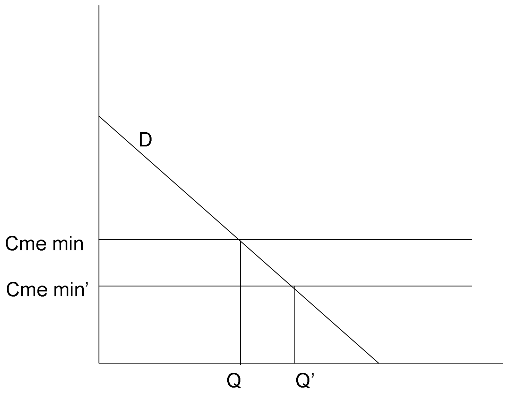
<u>Aumento de la Demanda, efectos en el largo plazo:</u>



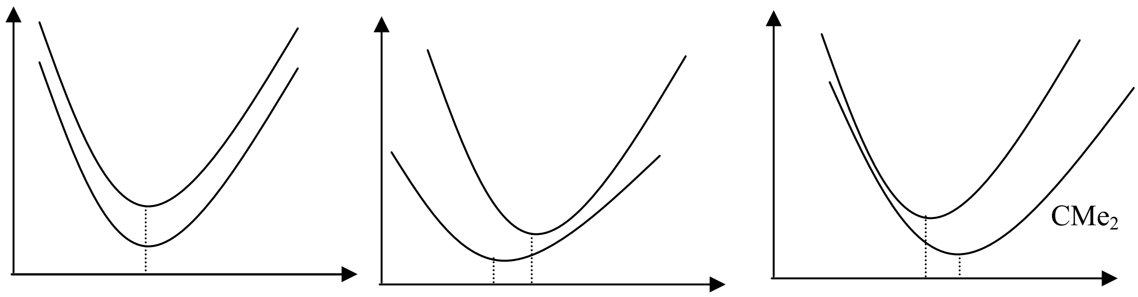
Disminución de los costos. (Ceteris paribus).
Si baja el precio de un insumo, disminuirán los costos. Ante una disminución de costos, se produce una disminución en el costo medio mínimo, por lo tanto, el precio del bien en el largo plazo cae con el consiguiente aumento en la cantidad producida por la industria.

La cantidad demandada crecerá debido al menor precio de equilibrio. El nivel de producción de toda la industria en el nuevo equilibrio será mayor.

<u>Disminución de precio de un insumo, efecto de largo plazo.</u>



No podemos decir nada definitivo acerca de qué sucederá con el número de firmas en la industria. Los costos medios pueden alcanzar su nuevo mínimo en un nivel de producción menor, igual o mayor que el original, tal como se muestra en la Figura.



Aumento en el número de firmas: Aumenta Q y se mantiene q* => n aumenta

Aumento en el número de firmas: Aumenta Q y cae q* => n aumenta

Efecto ambiguo en el número de firmas: Aumenta Q pero q* también aumenta.

El efecto de ambos efectos es por lo tanto:

- Baja el precio por causa del menor CMEmin.
- Sube la cantidad tranzada (Q) debido al menor precio y a la expansión de la demanda.
- El cambio en la cantidad de firmas queda indeterminado.

Pregunta 3

Una firma presenta una función de producción de la forma $F = A\, K^{\alpha} L^{\beta}$. Dibuje la función de costos de largo plazo y comente sobre el tipo de retornos a escala.

Respuesta:

Escribir $C(q) = wL + rK$
El problema de minimización es

Min $wL+rK$
s.a. $A\, K^{\alpha} L^{\beta} = q$ (En estricto rigor es un >=, pero es intuitivo que la restricción se cumplirá con igualdad si es que se minimizan los costos)

$L = wL+rK + \lambda(q- A\, K^{\alpha} L^{\beta})$
$dL/dL = 0 \Rightarrow w = \lambda A\beta L^{\beta-1} K^{\alpha}$ (1)
$dL/dK = 0 \Rightarrow r = \lambda A\alpha L^{\beta}K^{\alpha-1}$ (2)

(1)/(2) => $w/r = \beta K/(\alpha L)$

Luego, tenemos la relación de optimalidad:

$K/L = \alpha w/(\beta r)$ (*)

Notar que está relación de optimalidad es equivalente a pedir que

$(dq/dL)/(dq/dK) = w/r$, es decir

$PMG_L/PMG_K = w/r$, donde PMG_L y PMG_K son las productividades marginales del trabajo y el capital respectivamente.

(Una manera alternativa, que se desarrolló en la auxiliar es escribir:

$\Pi = p\, A\, K^{\alpha} L^{\beta} - wL-rK$

Y plantear las condiciones de primer orden para la maximización de Π
$d\,\Pi/dL = 0$ y $d\,\Pi/dK = 0$.)

Basta reemplazar la relación (*) en la función de producción, para escribir q en función de uno de los dos factores productivos y después escribir el costo ($wL + rK$) en función de q.

Después de desarrollar las ecuaciones se llega a

$C(q) = Cte*q^{1/(\alpha+\beta)}$

Lo importante de la expresión anterior es que permite concluir que la forma de la curva depende de la suma $(\alpha+\beta)$. Así, para valores de $(\alpha+\beta)>1$, se tendrá una función de costos cóncava, lo que es reflejo de que la función de producción presenta retornos crecientes a escala (Esto es, para $a>1$ $f(aK+aL)>af(K,L)$). Es fácil demostrar (ver apunte de E.Enguel) que en este caso se tendrán costos medios decrecientes. Por el contrario, si $(\alpha+\beta)<1$ la función de costos será convexa, reflejo de tecnología con retornos decrecientes a escala (Para $a>1$, $f(aK+aL)<af(K,L)$), lo que resulta en costos medios crecientes. Por último, si $\alpha+\beta =1$ se tienen costos lineales, costos medios constantes y retornos constantes a escala.

Notar que la típica curva de costos medios "en forma de U", supone que la tecnología que utilizan las firmas presentan retornos crecientes a escala para los primeros niveles de producción y retornos decrecientes a escala a partir de un cierto nivel.

Pregunta 4

Una firma observa que siempre puede reducir un 2% de su empleo total aumentando un 3% su dotación de capital y mantener su producción constante. La firma tiene diez trabajadores y 20 unidades de capital. Si los pagos al capital y al trabajo son de r=4 y w=1 respectivamente. ¿Está la firma maximizando su utilidad? Justifique su respuesta. ¿Qué aconsejaría Ud. a la firma?

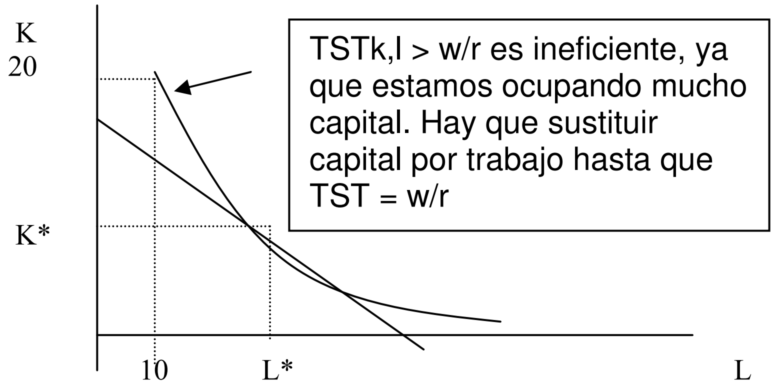
Respuesta:

$TST = - dK/dL$ (pendiente de la isocuanta)
Del eunciado :

$(dK/K)/(dL/L) = - 3/2$
Luego $dK/dL = -3/2\ K/L$
Evaluando en el punto en el que está situada la firma :
$dK/dL = -3$

Luego $TST = 3$

En el óptimo, esto debiera ser igual a la razón del precio de los insumos w/r, pero dado que w/r=0.25 entonces, la firma no está maximizando utilidades. ¿Qué debe hacer? Del gráfico vemos, que la firma está en un punto donde la pendiente de la isocuanta es mayor a la pendiente de la isocosto, luego, la firma debe sustituir capital por trabajo.



Podemos calcular L* y K* de la manera siguiente :

$$\frac{dK}{K} = \frac{-3}{2}\frac{dL}{L}$$

$$\ln K = \frac{-3}{2}\ln L + Cte$$

Calculamos Cte evaluando en el punto (10,20)

$$Cte = \ln(20) + \frac{3}{2}\ln(10) = 6{,}45$$

Con esto, la ecuación que describe a la isocuanta es :

$$K = L^{-3/2} \cdot e^{Cte}$$

$$K = L^{-3/2} \cdot e^{Cte} = L^{-3/2} \cdot C$$

Con $C = 632{,}5$

Ahora imponemos la condición de optimalidad

$$-\frac{dK}{dL} = \frac{w}{r} \Rightarrow C\frac{-3}{2}L^{-5/2} = 1/4$$

$$L^{-5/2} = \left(\frac{1}{6C}\right) \Rightarrow L = \left(\frac{1}{6C}\right)^{-2/5}$$

Reemplazando los valores se obtiene

$L^* \approx 27$

$K^* \approx 5$

Pregunta 5

En una industria cuyas firmas poseen rendimientos constantes a escala, sólo es posible saber el precio y la cantidad de firmas que operan en el largo plazo, pero no es posible saber la cantidad que produce cada firma. Comente esta aseveración y justifique.

Solución:

Cuando las firmas de una industria poseen rendimientos constantes a escala, significa que tienen costos medios de largo plazo horizontales, dado esto, podemos notar que no existe sólo un mínimo, sino que todos los puntos lo son. Con esto, las firmas se pueden ubicar con distintas tecnologías de corto plazo tangentes en cualquier punto de la curva de CmeLP, cumpliendo con tener utilidades nulas. Dado esto, no es posible determinar cuántas firmas operan en largo plazo ni cuánto producen, sólo es posible saber cuánto es la cantidad total producida (que se determina en el equilibrio de mercado) y el precio.

Pregunta 6

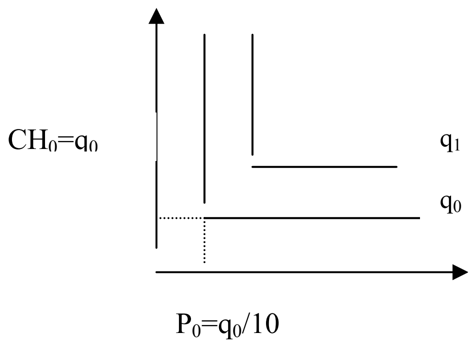
Suponga que la función de producción de un microbús es de proporciones fijas y que todos tienen la misma tecnología. Para cada viaje se requieren los siguientes insumos:

1 hora de chofer a $1.000 la hora.

10 litros de petróleo a $130 el litro.

a) Grafique la función de producción. ¿Cuál es la función de costo total? Determine los costos marginales y costos medios.

Respuesta:



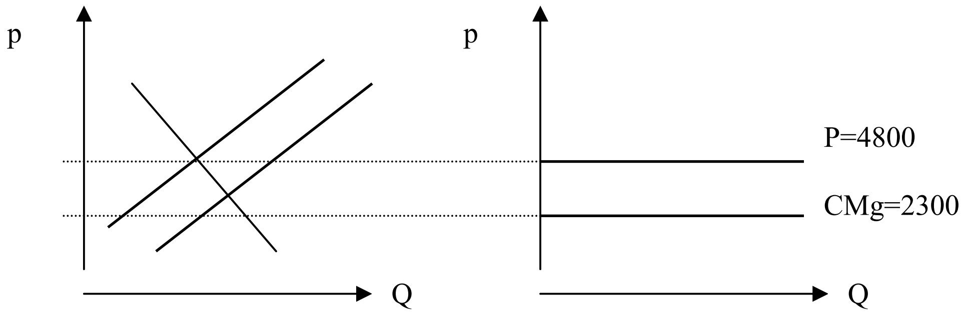
C(q)=1*1000*q + 10*130*q => C(q)=2300*q
CMg(q)=Cme(q)=1300=constante. Donde q es la cantidad de viajes.

b) Considerando ahora, que hay 100 microbuses operando, cada uno hace un máximo de 10 viajes diarios, y que la función de demanda por viajes es de $P = 5.000 - 0{,}2q$, donde q es el número de viajes, encuentre el precio y la cantidad de viajes de equilibrio de corto plazo.

Respuesta: Si reemplazamos CMg en función de demanda, se obtiene Q_D=(5000-2300)/0,2=13500, pero sólo se dispone de 1000 viajes como máximo, de lo que se desprende que el equilibrio de corto plazo estará en P=5000-0.2*1000, por lo tanto en el equilibrio de corto plazo se tendrá demanda insatisfecha: **Q_{CP}=1000, P_{CP}=4800**

c) Encuentre el equilibrio de largo plazo. Grafique y explique lo que sucede en el equilibrio de largo plazo.

Respuesta: Como en el corto plazo se tienen π>0, entonces existe un incentivo para que nuevas firmas entren a la industria hasta llegar al equilibrio de largo plazo con **π_{LP}=0**. Para calcular el precio y la cantidad, hacemos P=Cme=CMg, obteniendo $\mathbf{P_{LP}=2300}$, $\mathbf{Q_{LP}=13500}$. Además n=Q/q, con $\mathbf{q_{LP}=10}$ => $\mathbf{n_{LP}=1350}$ firmas.



Pregunta 7

El mercado de la margarina es muy competitivo. Como resultado, en el año 1999 todas las firmas tienen igual función de costos:

$$C_A(q) = 8q^3 - 16q^2 + 13q$$

La demanda de mercado por las margarinas es: $Q(P) = 150 - 5P$

i) ¿Cuál es el equilibrio de largo plazo en esta industria?

ii) En el año 2000 la firma NORTINA S.A. descubre una nueva fórmula que le permitirá reducir sus costos. La nueva función de costos es:

$$C_N(P) = q^3/3 - q^2 + 2q$$

NORTINA patenta esta nueva fórmula y por lo tanto es la única firma del mercado que puede producir a estos nuevos costos, incluso en el largo plazo.

Suponiendo que NORTINA es pequeña y que convive con las demás firmas en el largo plazo, determine el nuevo equilibrio de largo plazo si NORTINA utiliza la nueva tecnología y las demás no tienen acceso a ella (y por tanto siguen utilizando la actual tecnología). En particular, calcule:

a) El precio de equilibrio
b) Las cantidades producidas por cada firma y por la industria
c) Las utilidades de cada firma
d) El número total de firmas en la industria.

iii) Suponga que se descubre que la nueva tecnología es muy contaminante y por tanto el Estado decide aplicar un impuesto para desincentivar el uso de esta tecnología. ¿Cuál debe ser el impuesto de largo plazo mínimo por unidad del bien con la nueva tecnología, de modo que no sea conveniente utilizarla?

Respuesta:

i) El equilibrio de L.P. está dado por el C_{me} mín.

$dC_{me}/dq = 0 \Rightarrow 16q - 16 = 0 \Rightarrow q^* = 1$

$P = CMg \Rightarrow 24q^2 - 32q + 13 = 24 \times 1 - 32 \times 1 + 13 = 5$

En la demanada: $Q = 150 - 5 \times 5 = 125 \Rightarrow n = Q/q = 125$

$\pi = p \times q - C(q) = 5 \times 1 - 8 + 16 - 13 = 0$

ii) Para NOTRINA que es tomadora de precios: $P = CMg \Rightarrow q^2 - 2q + 2 = 5$
$\Rightarrow q^*_N = 3$

Producción de las otras firmas: $125 - 3 = 122 \Rightarrow n = 123$

$\pi_{\text{firmas antiguas}} = 0$
$\pi_N = 5 \times 3 - 3^3/3 + 3^2 - 2 \times 3 = 9$

iii) Si NOTRIZA tiene $\pi = 0$ será indiferente a la tecnología a utilizar. Luego el impuesto t será la diferencia entre el precio y el C_{meN} min

C_{meN} min $\Rightarrow 2/3 \times q - 1 = 0 \Rightarrow q = 3/2$

$C_{meN} = (3/2)^2/3 - 3/2 + 2 = 5/4 \Rightarrow t = 5 - 5/4 = 15/4$

Pregunta 8

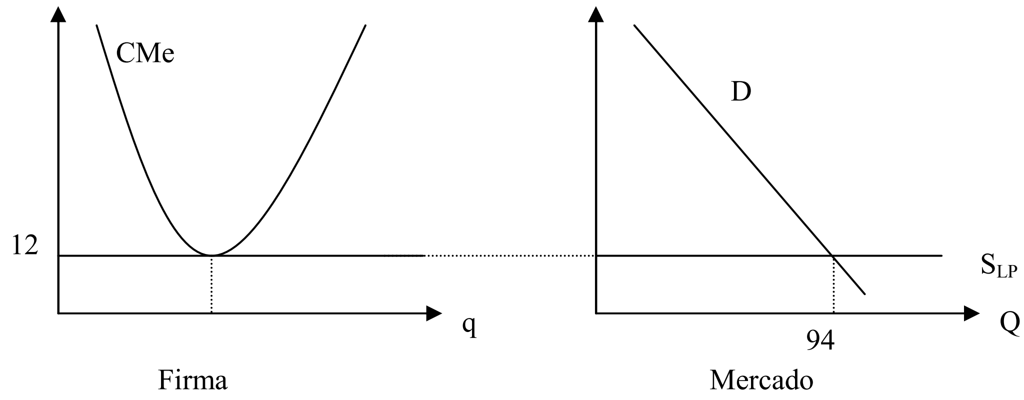
Suponga que las firmas que producían vegetales, a comienzos de los 50`s, tenían la siguiente función de costos de largo plazo:
$C(q) = 2q^3 - 8q^2 + 20q$
La demanda de mercado es:
$Q = 1000 - 5P$

i) Encuentre el equilibrio de largo plazo. Haga un gráfico de una firma representativa y otro del mercado.

Respuesta: En equilibrio de largo plazo, las firmas producen a costo medio mínimo => Derivando $CMe(q)=2q^2 - 8q + 20$, se tiene que, $4q - 8 = 0$.

Luego, la escala óptima de producción es 2. El precio corresponde al CMe_{MIN}, es decir, $P=2*2^2 - 8*2 + 20 = 8 - 16 + 20 = 12$.

Al precio de 12, la cantidad demandada es Q = 1000 – 5*12 = 940. De esta manera hay operando 940/2 = 470 firmas.



Durante el período 1950-1980 el crecimiento de la población y el aumento del ingreso de las personas afectó la demanda a través de una expansión de ella en 500 unidades.

ii) Si la expansión de la demanda no produjo efectos en el precio de los insumos: encuentre el equilibrio de largo plazo, grafique esta nueva situación y luego compárela con la anterior. Finalmente, grafique la oferta de largo plazo y de una intuición para explicar su pendiente.

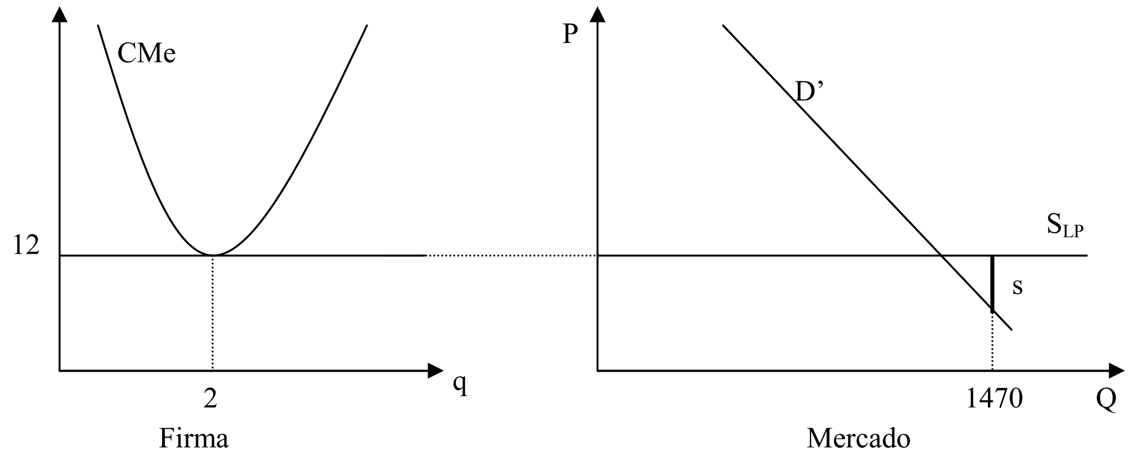
Respuesta: Dado que la expansión de la demanda no ha provocado cambios en el precio de los insumos, la función de costos de cada empresa tampoco ha variado, por lo tanto, el precio y escala óptima de producción son 12 y 2 respectivamente. Lo que cambió ahora fue el número de firmas porque ahora se demandan Q = 1500 – 12*5 =1440, lo que dividido por 2 da como resultado 720 firmas.

La oferta de largo plazo tiene pendiente cero porque, tal como dice el enunciado, la expansión de la demanda no afectan los costos: esto es, la INDUSTRIA no exhibe ni economías ni deseconomías a escala.

Entre 1980-1990, el gobierno subsidió la producción agrícola en 6 u.m.

iii) Encuentre el nuevo equilibrio de largo plazo. Grafique.

Respuesta:



El subsidio es absorbido completamente por la demanda, es decir, los consumidores enfrentan un precio de 6 y demandan Q = 1500 – 5*6 = 1470. El nuevo número de firmas es 1470/2 = 735.