INGENIERIA INDUSTRIAL
UNIVERSIDAD DE CHILE

Profesores: Daniel Espinoza
Gonzalo Romero
Auxiliares: Victor Bucarey
Nelson Devia
Jocelyn Gonzalez
Daniel Lillo
Fernando Solari

Tarea 1 IN3701 Optimización
Semestre Otoño 2009

Fecha de Entrega: 12 de Abril a las 11:59 PM via ucursos.

La tarea consiste en 3 problemas independientes, los que deben ser modelados usando programación lineal y resueltos mediante el software SCIP.

Debe preparar un informe, en el que para cada caso se describa el problema, el modelo de programación lineal desarrollado, las soluciones generadas y los tiempos de resolución para cada instancia, y se desarrolle un análisis de los resultados y conclusiones del problema en general.

El informe de la Tarea se entregará por ucursos, y la fecha máxima de entrega es el domingo 12 de Abril a las 11:59 PM. Esta fecha no se modificará bajo ninguna circunstancia, y la penalización por atraso es de 1 punto en la nota final por día de atraso.

Además, se deben entregar por ucursos los archivos .zpl y .lp de todos los problemas, y los archivos de datos para las instancias en caso que hayan sido utilizados.

Se evaluará el profesionalismo del informe, considerando la claridad en la exposicion y la capacidad de sintésis, así como la presentación y la ortografía.

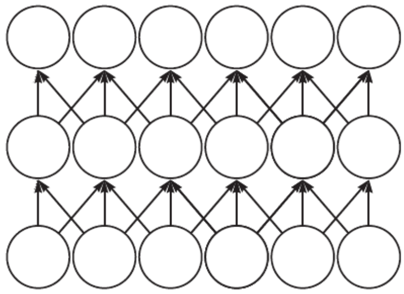
Problema 1

Considere el problema de una importante empresa minera de cobre estatal, la que debe realizar la planificación de la extracción de cobre desde su mina a rajo abierto considerando un horizonte de planificación de 3 años.

Para ello se han realizado estudios geológicos que permiten modelar la mina en dos dimensiones, dividiéndola en bloques de tamaño homogéneo, caracterizados por la ley de cobre que contienen medido en unidades monetarias [u.m.].

Adicionalmente, es necesario tener en cuenta la capacidad de procesamiento de la planta como una restricción importante en la cantidad máxima de bloques que se pueden extraer cada año.

Por último, por razones de seguridad en el diseño del pit, es importante considerar que para extraer un bloque es necesario extraer previamente el bloque que esta sobre él y los bloques adyacentes a éste. Con esto se generan restricciones de precedencia que se pueden caracterizar en el siguiente grafo, donde cada nodo representa un bloque y los arcos van desde un bloque hacia los bloques que deben precederlo en la extracción:



Finalmente, tome en consideración que para evaluar sus proyectos la empresa utiliza una tasa de descuento de 10%.

Luego, el objetivo de la planificación requerida es determinar que bloques extraer de la mina en cada año, respetando la capacidad de procesamiento anual de la planta y las restricciones de seguridad en el diseño del pit, de modo de maximizar el valor presente de la cantidad de cobre extraído.

Modele el problema de planificación propuesto como un modelo de programación lineal. Los datos del problema se encuentran en el archivo Excel "Datos P1.xls".

1) (2 ptos.) Resuelva la instancia 1 utilizando SCIP. ¿Cuál es la política óptima de extracción y el valor presente del cobre extraído en [u.m.]?
2) (1 pto.) Como análisis de sensibilidad sobre la solución encontrada en 1), resuelva el problema considerando
    a. Una tasa de descuento de 0%
    b. Una tasa de descuento de 50%

   ¿Cambian las soluciones encontradas? Explique intuitivamente porqué cambian las soluciones en cada caso, y qué tipo de soluciones se tienden a generar.
3) (1.5 ptos.) Resuelva la instancia 2 del problema utilizando SCIP. ¿Cuál es la política óptima de extracción y el valor presente del cobre extraído en este caso? ¿Cómo cambia el tiempo de resolución con respecto a 1)?
4) (1.5 ptos.) Finalmente, resuelva la instancia 3 del problema utilizando SCIP. ¿Cuál es la política óptima de extracción y el valor presente del cobre extraído en este caso? ¿Cómo cambia el tiempo de resolución con respecto a 3)?

Bonus: (1 pts.) Modele las restricciones de precedencia de los bloques de una manera distinta a la ya realizada. Compare los tiempos de resolución de las instancias para este nuevo modelo con el original. ¿Son distintos? ¿Por qué?

Problema 2

Considere el clásico problema de flujo a costo mínimo, en el que se tiene una red o grafo *G=(V,E)*, donde *V={1..n}* es el conjunto de los nodos o vértices de la red, y *E* es el conjunto de arcos entre ellos.

Asociado a cada $v \in V$, se define una demanda d_v. Un nodo v es una fuente, punto de tránsito o punto de demanda dependiendo si d_v es positivo, cero o negativo.

Cada arco $e \in E$ tiene una capacidad mínima l_e, una capacidad máxima u_e y un costo por unidad transportada por el c_e.

Se considerarán problemas en el formato .net definido por el DIMACS (Center for Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science)[1], descrito en detalle en la página web:

http://lpsolve.sourceforge.net/5.5/DIMACS_mcf.htm

- (2 ptos.) Resuelva la instancia "stndrd5.net" utilizando SCIP, esta instancia tiene 200 nodos y 2.900 arcos.
- (2 ptos.) Resuelva la instancia "big5.net" utilizando SCIP, esta instancia tiene 5.000 nodos y 80.101 arcos.
- (2 ptos.) Resuelva la instancia "cap9.net" utilizando SCIP, esta instancia tiene 10.000 nodos y 50.000 arcos.

En cada caso sólo reporte la función objetivo y el tiempo de resolución en el informe, y el detalle de los arcos en los anexos. Todos los archivos van adjuntos con la tarea, y se pueden descargar desde la página web:

http://elib.zib.de/pub/Packages/mp-testdata/mincost/netg/index.html

Hint: Modele y resuelva el ejemplo del formato de los archivos de forma general, luego cambie la lectura de los archivos.

Bonus: (0.6 pts.) ¿Cómo se compara el aumento del tiempo de resolución en función del tamaño del problema en este caso con respecto al Problema 1 y al Problema 3? ¿Cuál es su interpretación de este fenómeno?

[1] http://dimacs.rutgers.edu/

Problema 3

Considere el juego Xbkn, en el que se debe apostar al resultado de *n* partidos de fútbol. Los resultados posibles son local (L) o visita (V) dependiendo de quién gane el partido, o empate (E) en su defecto.

Para fijar los precios de las apuestas y el valor de los premios, la empresa que organiza el juego quiere saber cuál es el número mínimo de apuestas que debe hacer una persona para estar seguro de ganar el segundo premio, es decir, acertar al resultado de al menos *(n-1)* partidos.

- (2 ptos.) Para el caso $n=2$, el resultado es trivialmente *3* apuestas. Compruébelo formulando un problema de programación entera binario y resuélvalo utilizando SCIP.
- (4 ptos.) Encuentre, de manera análoga, el número mínimo de apuestas que aseguran acertar al menos a *(n-1)* partidos, para $n \in \{3,4\}$.

Hint: defina una variable asociada al evento "apostar al resultado X^n donde $X \in \{L,E,V\}$" y restrinja que para todas las realizaciones posibles de los *n* partidos, las apuestas realizadas permitan asegurar que al menos una de ellas acierta a (n-1) partidos. Este problema se conoce en la literatura como el *"Football Pool Problem".*

Bonus: (0.6 pts.) Intente encontrar, utilizando SCIP, el número mínimo de apuestas para $n=5$. O desarrolle una cota para su valor. ¿Qué ocurre con el tiempo de resolución del problema? ¿Cuál es su interpretación de este fenómeno?